EXPERIMENTELLE UND THEORETISCHE UNTERSUCHUNG DES TEMPERATUR- UND STRÖMUNGSFELDES EINER OPTISCHEN ENTLADUNG

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Düsseldorf

vorgelegt von
Edeltraud Krametz
aus Düsseldorf

Düsseldorf 1985

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41543905_0042

EXPERIMENTELLE UND THEORETISCHE UNTERSUCHUNG DES TEMPERATUR- UND STRÖMUNGSFELDES EINER OPTISCHEN ENTLADUNG

I n a u g u r a l - D i s s e r t a t i o n

zur

Erlangung des Doktorgrades der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Universität Düsseldorf

vorgelegt von

Edeltraud Krametz

aus Düsseldorf

Düsseldorf 1985

1. Berichterstatter : Prof. Dr. J. Uhlenbusch

2. Berichterstatter : Prof. Dr. G. Decker

Tag der mündlichen Prüfung : 5. Februar 1985

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1. EINLEITUNG	1
2. DIE OPTISCHE ENTLADUNG	5
2.1 Das CO_2-Lasersystem COLA III	6
2.2 Die Hochdruckkammer	10
2.3 Zünden von optischen Entladungen	13
2.4 Existenzbereich von optischen Entladungen	14
2.5 Die optische Entladung in Argon	17
2.5.1 Spektroskopische Messungen	17
2.5.2 Interferometrische Messungen	20
2.6 Die optische Entladung in Wasserstoff	22
2.6.1 Der Meßaufbau	23
2.6.2 Anpassung an theoretische Linienprofile	25
2.6.3 Meßergebnisse	27
2.6.4 Untersuchung der Asymmetrie der H_β-Linie	31
2.6.5 Fehlerbetrachtung	34
3. THEORETISCHE GRUNDLAGEN DER LASER-DOPPLER-ANEMOMETRIE	35
3.1 Streuung an bewegten Teilchen	35
3.1.1 Streuteilchen und Folgeverhalten	35
3.1.2 Die Dopplerverschiebung bei der Streuung	36
3.2 Der akusto-optische Effekt	39
3.3 LDA-Methoden	40
3.3.1 Die Referenzstrahlmethode	40
3.3.2 Die Zweistrahlmethode	41
3.3.3 Bestimmung der Strömungsrichtung	47

Seite

4. GESCHWINDIGKEITSMESSUNGEN MIT DER LASER-DOPPLER-ANEMOMETRIE 48

4.1 Das Laser-Doppler-Anemometer 48

4.2 Das Einbringen von Streuteilchen 51

4.3 Meßergebnisse 54

4.4 Fehlerbetrachtung 60

5. DAS STRÖMUNGSFELD DER OPTISCHEN ENTLADUNG 61

5.1 Berechnung des Strömungsfeldes in der Hochdruckkammer 61

5.1.1 Die Grundgleichungen 61

5.1.2 Die Randbedingungen 66

5.1.3 Das Differenzenverfahren zur Lösung von Differentialgleichungen 68

5.1.4 Berechnung des Strömungsfeldes mit der linearisierten Navier-Stokes-Gleichung 77

5.1.5 Berechnung des Strömungsfeldes mit Berücksichtigung des nichtlinearen Terms 85

5.2 Modelle zur Berechnung des Strömungsfeldes 88

5.2.1 Die wirbel- und quellenfreie Lösung 88

5.2.2 Die zähe Strömung mit Auftrieb 94

6. DAS TEMPERATURFELD DER OPTISCHEN ENTLADUNG 97

6.1 Die Energiebilanz der optischen Entladung 97

6.2 Modell zur Berechnung der Temperaturverteilung 99

6.3 Berechnung des Temperaturfeldes in der Hochdruckkammer 103

6.3.1 Die Temperaturverteilung ohne Anströmung 106

6.3.2 Die Temperaturverteilung mit Anströmung 109

7. ZUSAMMENFASSUNG 117

1. EINLEITUNG

Durch Fokussieren eines leistungsstarken CO_2-Laserstrahls in ein gasförmiges Target läßt sich eine kontinuierliche optische Entladung (continuous optical discharge, COD) erzeugen. Dieser Entladungstyp hat gegenüber Kaskadenbögen den Vorteil, daß das Plasma weder Kontakt mit den Gefäßwänden hat, noch Elektroden vorhanden sind, die durch Abbrand das Plasma verunreinigen können.

Die Größe eines solchen Plasmas beträgt wenige mm, die Temperatur in der Plasmamitte liegt je nach den Versuchsbedingungen zwischen 11000 K und 23000 K. Die zugehörigen Elektronendichten bewegen sich im Bereich $5 \cdot 10^{17} cm^{-3}$ bis $1.2 \cdot 10^{18} cm^{-3}$. Ein solches Experiment wurde erstmals erfolgreich in der UdSSR im Jahre 1970 /1/ durchgeführt. Dort gelang die Unterhaltung einer kontinuierlichen optischen Entladung in Xenon bei einem Druck von 4 bar mit einer Laserleistung von 150 W. In den folgenden Jahren wurde in zahlreichen experimentellen Arbeiten /1-33/ der Existenzbereich der optischen Entladung in verschiedenen Gasen und Druckbereichen untersucht und die Temperatur- und Dichteverteilung sowohl im Plasma als auch im umgebenden Gas gemessen. Ergänzend dazu wurde an der theoretischen Beschreibung der optischen Entladung durch Modelle /20-45/ gearbeitet. Solche Modellrechnungen /44/ zum Energiehaushalt des Plasmas zeigen, daß zahlreiche Plasmaparameter von der Anströmgeschwindigkeit beeinflußt werden. So sind z.B. die Größe und Temperatur des Plasmas, seine Lage relativ zum Fokus des Laserstrahls und die zur Unterhaltung des Plasmas erforderliche Laserleistung von der Anströmgeschwindigkeit abhängig.

Die Anströmung des Plasmas erfolgt durch die natürliche Konvektion, welche aufgrund des Temperaturgradienten zwischen Plasma und Kammerwand entsteht. Ein Versuchsaufbau zur Erzeugung einer optischen Entladung ist in Abb. 1.1 schematisch skizziert. Die mit dieser sogenannten "vertika-

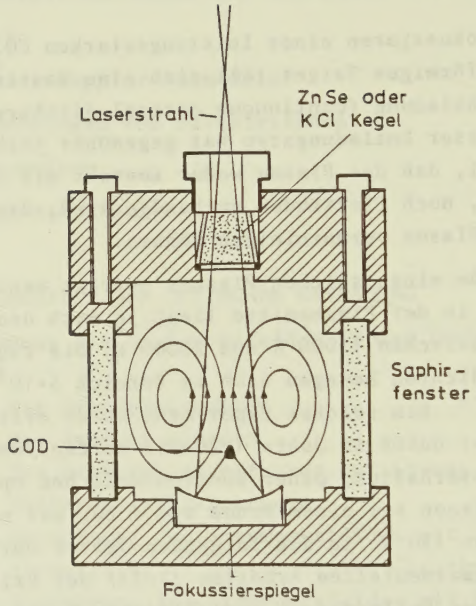


Abb. 1.1 Vertikale Konfiguration zur Erzeugung eines COD

len Konfiguration" (CO_2-Laserstrahl und Gravitation antiparallel gerichtet) erzeugten Plasmen sind wesentlich stabiler als die in "horizontaler Konfiguration" (Laserstrahl senkrecht zur Gravitation) betriebenen Entladungen. Der Grund dafür liegt in den starken Auftriebskräften, die auf das Plasma wirken. Bei der horizontalen Konfiguration kann der Fall auftreten, daß die Entladung durch die starke Strömung aus dem Fokusbereich herauswandert und dann wegen fehlender Energiezufuhr erlischt. In der vertikalen Konfiguration wird das Plasma durch die Konvektion im Fokusbereich festgehalten und stabilisiert.

Experimente, bei denen der natürlichen Konvektion eine Strömung von außen aufgezwungen wird, zeigen, daß dadurch der Existenzbereich der Entladung entscheidend beeinflußt wird /24,29,32/. So ist beispielsweise in CO_2 eine kontinuierliche optische Entladung nur möglich, wenn eine genügend starke Strömung (1 m/s bei 6 atm) erzeugt wird.

In dieser Arbeit werden die durch Konvektion bedingten Strömungsfelder in der Hochdruckkammer sowohl experimentell - mit der Laser-Doppler-Anemometrie - als auch theoretisch untersucht. Daher war ein wichtiger Gesichtspunkt für die Wahl des Arbeitsgases, daß die zur theoretischen Behandlung erforderlichen Transportkoeffizienten bei den hier auftretenden Drücken und Temperaturen bekannt sein sollen. Vom experimentellen Standpunkt aus sollten die erforderlichen Laserleistungen nicht mehr als 1 kW betragen, damit die optischen Bauteile, insbesondere das Eintrittsfenster an der Hochdruckkammer, den bei den Geschwindigkeitsmessungen erforderlichen langen Meßzeitraum von teilweise mehreren Stunden überstehen. Von diesen Überlegungen aus erweist sich Argon als am besten geeignet für ausführliche Untersuchungen der natürlichen Konvektion in der Hochdruckkammer; daneben ist die für die Interpretation der Meßergebnisse wichtige Temperaturverteilung sowohl in der optischen Entladung als auch in der Umgebung des Plasmas für Argon sehr gut bekannt /13,30/.

Das Betreiben einer optischen Entladung in Wasserstoff eröffnet die Möglichkeit, kontinuierliche Plasmen mit stationären Elektronendichten von mehr als $1 \cdot 10^{18} cm^{-3}$ zu erzeugen. An solchen Plasmen mit hohen Elektronendichten lassen sich Linienverbreiterungen und -verschiebungen untersuchen, wodurch sich die Gültigkeit von theoretischen Modellen zur Berechnung von Linienprofilen überprüfen läßt.

In den letzten Jahren trat als Anwendungsgebiet für die CO_2-Laser verstärkt der Bereich der Materialbearbeitung (Schneiden, Schweißen, Härten) in den Vordergrund. Bei den Experimenten zeigte sich, daß beim Schweißen von Blechen mit einem fokussierten CO_2-Laserstrahl ein Plasma entsteht ("Mikroplasma"), welches die Qualität der Schweißnaht entscheidend beeinflußt. Es existieren Hinweise, daß dieses Plasma in einigen Eigenschaften, z.B. Druck und Temperatur der optischen Entladung ähnlich ist. Daher ist anzunehmen, daß zahlreiche Erkenntnisse, die am COD gewonnen wurden, sich beim Mikroplasma anwenden lassen und somit zum Verständnis dieser Entladung und der Vorgänge beim Schweißen beitragen.

2. DIE OPTISCHE ENTLADUNG

Die Energiezufuhr in das Plasma erfolgt hauptsächlich durch inverse Bremsstrahlung. Falls die im Plasma vorhandenen Ionen alle die gleiche Ladung tragen und thermodynamisches Gleichgewicht vorliegt, ist der Absorptionskoeffizient für Bremsstrahlung gegeben durch

$$(2.1) \qquad \kappa_\nu^{ff} = 3.692\ 10^{-2}\ \frac{m^5 \cdot \sqrt{K}}{s^3} \cdot \frac{n_e^{\,2}}{\nu^3 \cdot \sqrt{T}}$$

n_e : Elektronendichte

ν : Frequenz der einfallenden Strahlung

T : Temperatur

Somit bietet es sich an, zur Erzeugung der optischen Entladung einen CO_2-Laser zu verwenden, dessen Infrarot-Strahlung mit $\lambda = 10.6\ \mu m$ bei vorgegebener Temperatur und Dichte wesentlich stärker als sichtbare Strahlung absorbiert wird.

Um eine möglichst große Intensität im Fokus zu erzielen, ist neben einer hohen Laserleistung eine gaußförmige Intensitätsverteilung erforderlich. Dies wird durch den Aufbau eines Laser-Oszillator-Verstärker-Systems gewährleistet, welches im folgenden beschrieben wird.

2.1 Das CO_2-Lasersystem COLA III

Das CO_2-Lasersystem COLA III besteht aus einem Oszillator, dem Vorverstärker COLA I und dem Endverstärker COLA II. Die Gesamtansicht des Laseraufbaus ist in Abb. 2.1 dargestellt.

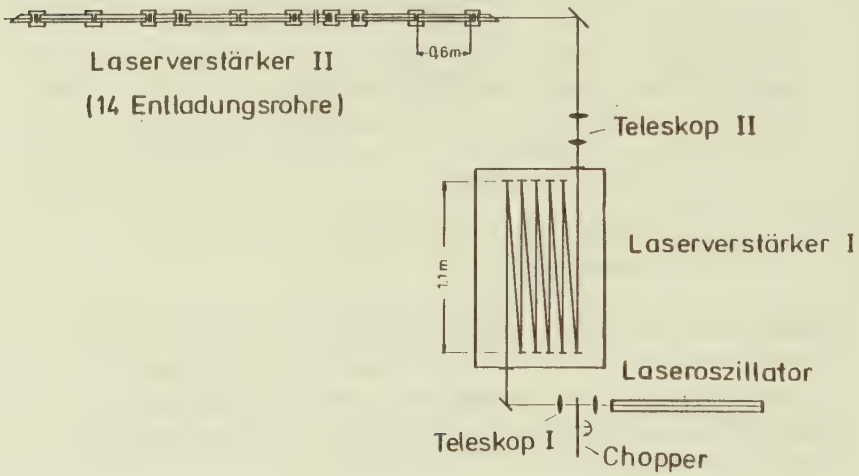
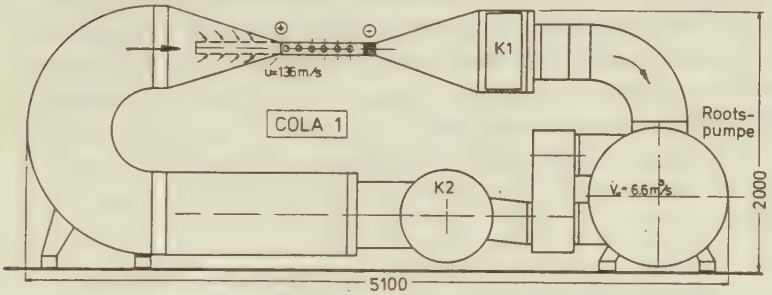


Abb. 2.1 Das CO_2-Lasersystem COLA III

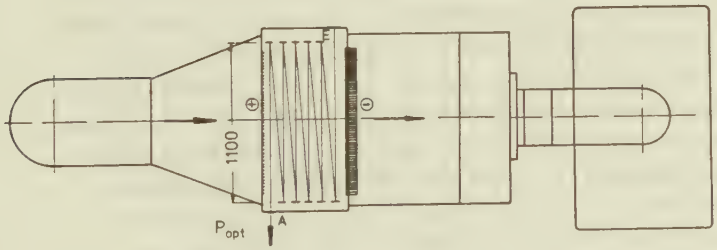
Im Oszillator wird zunächst ein modenreiner CO_2-Laserstrahl mit einer Leistung von 10 W erzeugt. Nachdem der Oszillatorstrahl zur maximalen Ausnutzung des gepumpten Volumens im Verstärker mittels eines Teleskops I aufgeweitet worden ist, läuft er senkrecht zu Entladungs- und Strömungsrichtung durch den Verstärker, wo ihm durch eine konvektiv gekühlte Glimmentladung weitere Energie zugeführt wird (Electric Discharge Convection Laser Prinzip). Durch Falten des Strahls unter Verwendung von 10 goldbedampften Cu-Be-Spiegeln wird eine große optische Weglänge (11 m)

im aktiven Medium bei kompakter Bauweise des Entladungsraums erreicht.

Die Abb. 2.2 zeigt den Vorverstärker COLA I. Für den Verstärker wird ein Gasgemisch mit der Zusammensetzung He : N_2 : CO_2 = 60 : 30 : 10 verwendet. Das Gas wird mit einer schnellen Rootspumpe ($\dot{V}$ = 6.6 m^3/s) umgewälzt, wodurch in der Entladung eine hohe Gasgeschwindigkeit von 140 m/s erzielt wird. Zur Homogenisierung der Entladung dient ein verstellbares Lochgitter, welches sich unmittelbar vor dem Entladungsraum befindet. Zusätzlich wird durch



Seitenansicht



Aufsicht

Abb. 2.2 Der Vorverstärker COLA I

Bestücken der 89 zweireihig übereinander angeordneten Edelstahlanoden im Gaseinlauf mit Nickelfähnchen, die gegeneinander verdreht sind, die Turbulenz der Strömung weiter erhöht. Durch diese Maßnahmen wird die Stabilität der Entladung verbessert.

Da durch die hohen Temperaturen in der Entladung das CO_2 in CO und O_2 zerfällt, befindet sich hinter der wabenförmigen Kupferkathode ein System von hochreinen Kupferblechen als Katalysator für die Rückreaktion $2\ CO + O_2 \rightarrow 2\ CO_2$. Durch die Kühler K1 und K2 wird das in der Entladung aufgeheizte Lasergas gekühlt, bevor es erneut in die Entladung eintritt. Auf diese Weise wird ein hoher Massendurchsatz in der Entladung bei geringem Gasverbrauch ermöglicht. Bei einem Druck von 20 Torr im Verstärker lassen sich bei Frischgaszufuhr Ausgangsleistungen von ca. 400 W erzielen. Typische Entladungswerte sind U ≈ 11 kV, I ≈ 0,8 A. Mittels des Teleskops II und zweier Umlenkspiegel wird der verstärkte Laserstrahl in den Endverstärker COLA II eingekoppelt.

Der Verstärker COLA II besteht aud 14 linear angeordneten elektrisch parallel geschalteten Entladungsstrecken von jeweils 60 cm Länge, in welchen der Laserstrahl in bzw. entgegengesetzt zu Entladungs- und Strömungsrichtung läuft. Jeweils zwei benachbarte Entladungsstrecken verfügen über einen gemeinsamen Gaseinlauf, wo sich je zwei Anoden befinden. Jede Anode ist aus acht elektrisch entkoppelten Einzelelektroden aufgebaut. Im Gasauslauf sind die Kathoden untergebracht. Auch bei diesem Verstärker wird das Gasgemisch durch eine Rootspumpe umgewälzt. Eine detaillierte Beschreibung von COLA II ist in /46/ zu finden. Der Verstärker COLA II läßt sich bis zu Drücken von 35 mbar betreiben, die maximalen elektrischen Daten sind U ≈ 30 kV, I ≈ 1.8 A (über alle 14 Entladungsstrecken).

Die Bestimmung der Laserleistung erfolgt durch Messung der Leistung eines Teilstrahls, der mit einer einseitig antireflex-bedampften ZnSe-Platte am Ausgang von COLA III ausgekoppelt wird. Je nach den Betriebsdaten der beiden Verstärker lassen sich mit dem System COLA III stationäre Ausgangsleistungen bis zu 5 kW erzielen. Durch den Einbau eines Autoabgaskatalysators kann auf einen Gasaustausch völlig verzichtet werden. Wegen der hohen Leistungen müssen sämtliche optischen Komponenten des Laseraufbaus mit Wasser (Spiegel) bzw. Preßluft (Linsen, Fenster) gekühlt werden.

Durch Einbringen eines Choppers hoher Frequenz (ca. 100 kHz) in den Fokus des Teleskops I zwischen Oszillator und COLA I lassen sich durch Pulsüberhöhung Laserleistungen von 50 kW erreichen.

2.2 Die Hochdruckkammer

Der größte Teil der Geschwindigkeitsmessungen wurde in der in Abb. 2.3 dargestellten Kammer durchgeführt. Der Abstand Spiegeloberkante - Deckel beträgt 5 cm, der Innendurchmesser ist 8 cm. Der mit einer ZnSe-Linse fokussierte CO_2-Laserstrahl tritt durch einen KCl-Kegel, welcher sich in einem gekühlten Konus befindet, in die Hochdruckkammer, und wird von einem goldbedampften Kupferhohlspiegel (3 cm Durchmesser) in der Kammer fokussiert. Es stehen Spiegel mit Brennweiten von 1.5 cm, 2 cm und 2.5 cm zur Verfügung. Von den vier Öffnungen in Fokushöhe dient eine

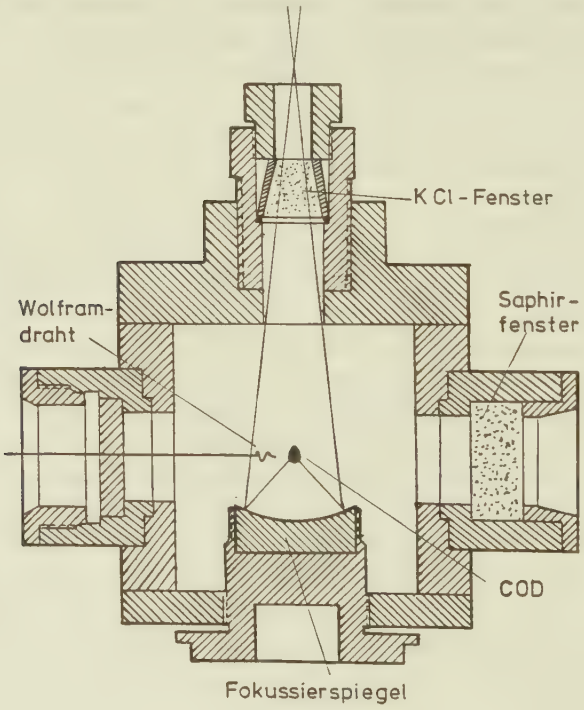


Abb. 2.3 Hochdruckkammer (bis 20 bar geeignet)

als Durchführung für den Zünddraht (aus Wolfram), in den restlichen befinden sich für diagnostische Zwecke (Spektroskopie, Interferometrie, Anemometrie) Saphirfenster mit einem Durchmesser von 3 cm. Weitere Öffnungen werden für die Gaszufuhr und für das Zufügen von Streuteilchen verwendet. Der wesentliche Vorteil dieser Kammer besteht im großen Durchmesser der Beobachtungsfenster, wodurch die Umgebung des Plasmas für Messungen zugänglich gemacht wird. Da die Kammer jedoch nur für Drücke bis 20 bar geeignet ist, wurde eine neue Kammer konstruiert (Abb. 2.4), die mit Drücken bis zu 50 bar betrieben werden kann. Die Innenhöhe dieser Kammer beträgt 8 cm, der Durchmesser ist 6 cm. Dieses Entladungsgefäß wurde mit rechteckigen Beobachtungsfenstern (70 mm × 25 mm) ausgestattet, die Geschwindigkeitsmessungen auch oberhalb des Plasmas ermöglichen.

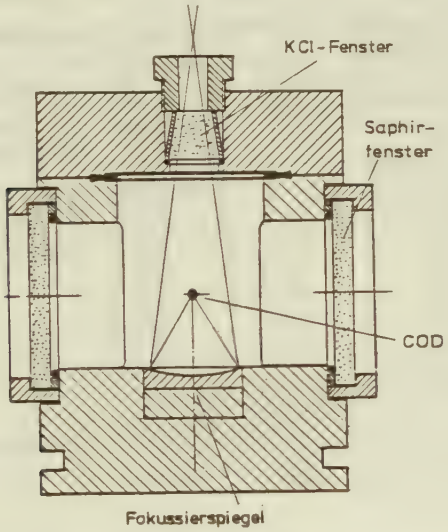


Abb. 2.4 Hochdruckkammer (bis 50 bar geeignet)

Zur Erzeugung einer optischen Entladung in Wasserstoff mit hohen Elektronendichten sind Laserleistungen von mehr als 2 kW erforderlich. Bei diesen Experimenten ist das Eintrittsfenster der Hochdruckkammer für den Laserstrahl sehr hohen thermischen Beanspruchungen ausgesetzt. Zusätzlich kommt noch für die in der Kammer liegende Fensteroberfläche, die nicht gekühlt werden kann, die Belastung durch das von der optischen Entladung bedingte Isothermenfeld (Abb. 5.5) hinzu. Daher wurde für die Wasserstoffexperimente für die in Abb. 2.4 gezeigte Hochdruckkammer ein anderer Deckel konstruiert, bei welchem das gefährdete Eintrittsfenster seitlich angebracht ist und der Umlenkspiegel für den Laserstrahl in den Kammerdeckel integriert ist. Diese Kammer ist in Abb. 2.5 dargestellt.

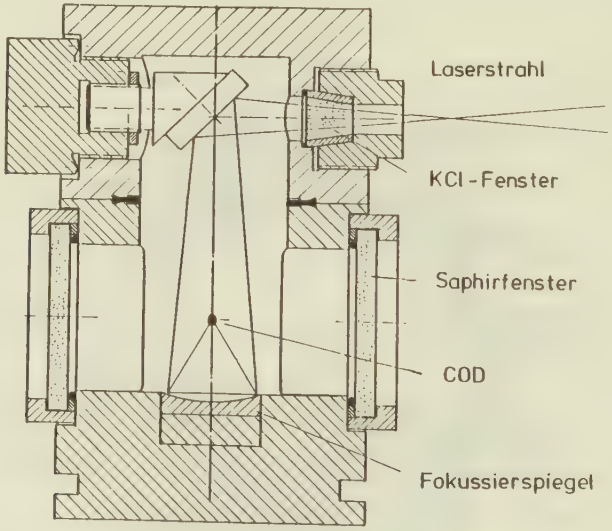


Abb. 2.5 Hochdruckkammer für die Wasserstoffexperimente

2.3 Zünden von optischen Entladungen

Die Intensität des kontinuierlich arbeitenden CO_2-Lasers von ca. 10^7 W/cm^2 bei einer Leistung von 1 kW und einem Fokusdurchmesser von 100 µm reicht zur Selbstzündung des Plasmas nicht aus. Die Zündschwelle von ca. 10^8 W/cm^2 kann jedoch durch geeignete Maßnahmen, z.B. Zünden einer Funkenentladung oder Bewegen eines dünnen Wolframdrahtes durch den Fokus herabgesetzt werden. Im stationären Betrieb müssen dann nur noch die Verluste (ambipolare Diffusion, Strahlungsrekombination und Dreierstöße) durch die Absorption der Laserstrahlung (inverse Bremsstrahlung) kompensiert werden. Eine ausführliche Diskussion dieser Bilanz und die damit berechneten Existenzkurven sind in /30/ zu finden.

Eine andere Möglichkeit, die optische Entladung zu zünden, besteht darin, mit Hilfe des Choppers (Kap. 2.1) kurzfristig eine zum Überschreiten der Zündschwelle ausreichende Laserintensität zur Verfügung zu stellen. Nachdem das Plasma gezündet worden ist, kann der Chopper aus dem Fokus herausgefahren werden und die Entladung wird durch einen kontinuierlichen CO_2-Laserstrahl unterhalten. Diese Zündmethode bietet den Vorteil, daß eine Verunreinigung des Plasmas durch Abbrand vom Wolframdraht ausgeschlossen ist.

2.4 Existenzbereich von optischen Entladungen

Die Existenzkurven geben die minimale Laserleistung an, die zur Unterhaltung der optischen Entladung erforderlich ist. Diese minimale Laserleistung ist abhängig von der Gasart und dem Druck, da durch diese Größen über die Transportkoeffizienten die Verluste bestimmt werden. Ferner ist die Brennweite des Fokussierspiegels von Bedeutung, da diese den Fokusdurchmesser und somit die Intensität der Laserstrahlung beeinflußt.

In Abb. 2.6 ist die experimentell bestimmte Untergrenze für Argon dargestellt. Bei Verwendung des Hohlspiegels mit f = 2.5 cm wird bei p = 20 bar nur ca. 140 W Laserleistung benötigt. Zu kleineren Drücken hin steigt die erforderliche Laserleistung wegen der anwachsenden Diffusionsverluste stark an. Bei höheren Drücken nehmen die Verluste durch Dreierstoßrekombination zu, wodurch ebenfalls die minimale Laserleistung anwächst. Bei dem kurzbrennweitigen Fokussierspiegel (f = 1.5 cm) ist kein Anstieg zu höheren Drücken hin zu beobachten. Zur Erklärung dieses Effekts muß die Abhängigkeit der einzelnen Verlustmechanismen vom Strahldurchmesser, der durch die Brennweite beeinflußt wird, diskutiert werden /30/.

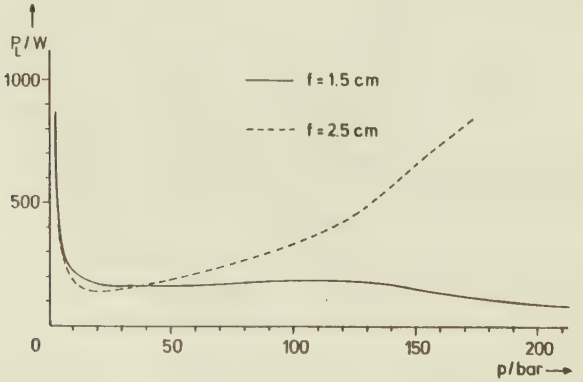


Abb. 2.6 Existenzkurven der optischen Entladung in Argon

Für eine optische Entladung in Helium wird ein ähnlicher Zusammenhang zwischen minimaler Laserleistung und Druck gefunden (Abb. 2.7). Wegen des höheren Diffusionskoeffizienten und des höheren Ionisationspotentials von 24.6 eV bei Helium gegenüber 15.8 eV bei Argon liegen die Existenzkurven für Helium höher.

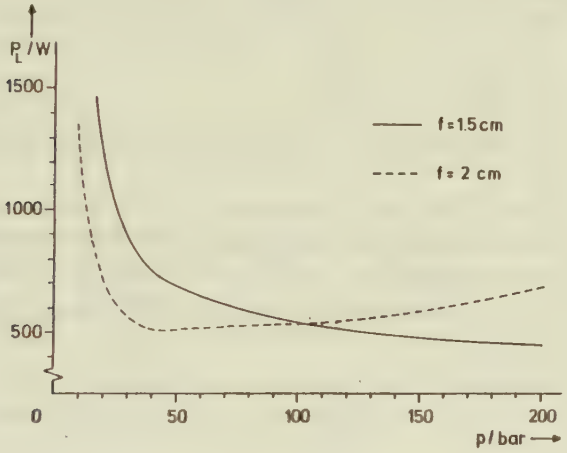


Abb. 2.7 Existenzkurven der optischen Entladung in Helium

Bei Wasserstoff ist das Minimum der Existenzkurve bei 7 bar sehr deutlich ausgeprägt. Zu niedrigeren und höheren Drücken hin wächst die zur Unterhaltung des Plasmas erforderliche Laserleistung rasch an, sodaß die optische Entladung in Wasserstoff nur in einem relativ schmalen Druckbereich betrieben werden kann.

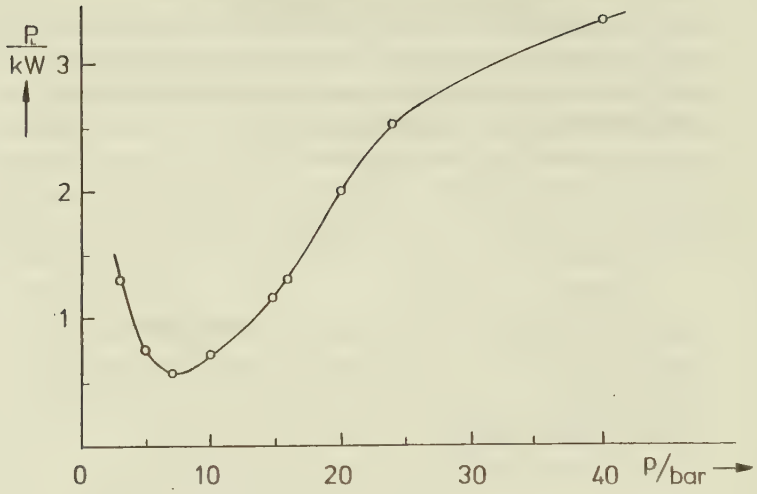


Abb. 2.8 Existenzkurve der optischen Entladung in Wasserstoff

2.5 Die optische Entladung in Argon

In /30/ ist eine ausführliche Darstellung der diagnostischen Methoden zur Bestimmung der Temperatur- und Dichteverteilung in der optischen Entladung in Argon zu finden. Im folgenden werden nur die Grundzüge der Meßverfahren und die für die Geschwindigkeitsmessungen wesentlichen Ergebnisse kurz erläutert.

2.5.1 Spektroskopische Messungen

Aufgrund der Rotationssymmetrie der optischen Entladung läßt sich aus dem über den Sehstrahl integrierten Intensitätsprofil mit der Abelinversion die radiale Verteilung des Emissionskoeffizienten bestimmen. Durch Vergleich mit einem Normalstrahler werden die Absolutwerte berechnet.

Die Temperaturbestimmung erfolgte aus Messungen der Kontinuumsstrahlung, für deren Emissionskoeffizienten nach /47/ gilt

$$(2.2) \qquad \varepsilon_\lambda = 1.63 \cdot 10^{-29} \frac{J \cdot m^4 \cdot \sqrt{K}}{s} \cdot \frac{n_e^2 \cdot \xi(\lambda, T_e)}{\lambda^2 \cdot \sqrt{T_e}} \qquad \lambda > \lambda_g$$

n_e : Elektronendichte

T_e : Elektronentemperatur

λ : Wellenlänge

λ_g : gasspezifische Grenzwellenlänge (4346.4 Å bei Argon)

Der quantenmechanisch berechnete ξ-Faktor ist zusätzlich noch von der Gasart abhängig. Im sichtbaren Spektralbereich liegt der Wert von ξ für Argon in der Größenordnung 1, die Temperaturabhängigkeit ist gering /48/.

Der Zusammenhang zwischen Elektronendichte und Temperatur wird mit der Sahagleichung berechnet, da die Bedingung des lokalen thermodynamischen Gleichgewichts für Argon und Helium als Arbeitsgas der optischen Entladung erfüllt ist.

Die Intensitätsmessungen wurden in Argon bei einer linienfreien Wellenlänge (λ = 4470 Å) mit einem Gitterspektrometer durchgeführt. Zur Normierung dient eine Wolframbandlampe. Die räumliche Auflösung durch Verfahren der Abbildungslinse und die Meßwerterfassung wurde mit einem CAMAC-System gesteuert /13/. In Abb. 2.9 sind Temperaturprofile eines Argon-COD-Plasmas bei 5 bar zu sehen.

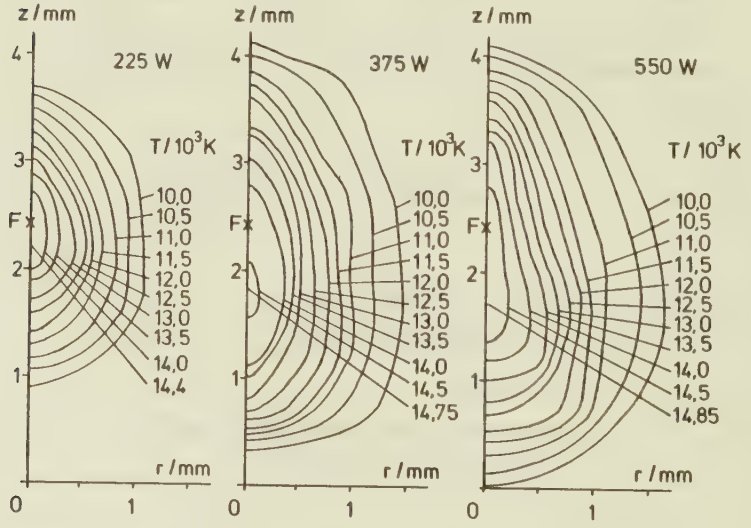


Abb. 2.9 Temperaturprofile der optischen Entladung in Argon bei 5 bar für verschiedene Laserleistungen

Mit wachsender Laserleistung nimmt die Größe des Plasmas zu; die maximale Temperatur von ca.14000 K ändert sich kaum. Das Temperaturmaximum liegt stets unterhalb des Fokus. Dies wird durch theoretische Überlegungen bestätigt /44/. Ausführliche Messungen zeigen, daß die Temperatur und damit auch die Elektronendichte vom Druck abhängig sind (Abb. 2.10).

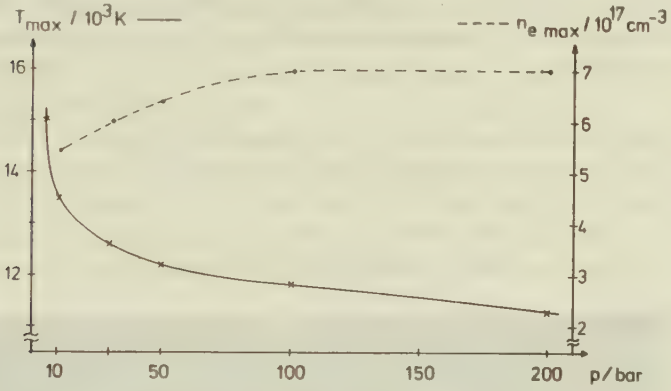


Abb. 2.10 Abhängigkeit der maximalen Temperatur und der Elektronendichte der optischen Entladung in Argon

Im Helium-COD sind selbst bei einem Druck von 50 bar noch starke Linien vorhanden, so daß neben der Temperaturbestimmung aus der Kontinuumsstrahlung auch die Linienstrahlung untersucht wurde /30/. Beide Messungen liefern in guter Übereinstimmung eine Maximaltemperatur von 22300 K (Kontinuum) bzw. 22000 K (Linie) für ein Heliumplasma bei 50 bar. Die maximale Elektronendichte beträgt $1.2 \cdot 10^{18} cm^{-3}$.

2.5.2 Interferometrische Messungen

Zur Bestimmung der Temperatur- und Dichteverteilung außerhalb der optischen Entladung wurde ein Mach-Zehnder-Interferometer mit einem He-Ne-Laser als Lichtquelle verwendet /30/. Aus der beobachteten Streifenverschiebung läßt sich unter Ausnutzung der Rotationssymmetrie durch Anwenden der Abelinversion die Brechungsindexverteilung berechnen /49/. Der Zusammenhang zwischen Neutralteilchendichte N und Brechungsindex n wird für Argon gegeben durch /50/

$$N = \frac{n - 1}{1.054 \cdot 10^{-29} \cdot (1 + 5.6 \cdot 10^{-15}/\lambda^2)} \qquad (2.3)$$

λ : Wellenlänge in m

N : Neutralteilchendichte in m^{-3}

Abb. 2.11 Interferogramm der Umgebung eines Argon-COD-Plasmas bei p = 5 bar

Abb. 2.11 zeigt ein Interferogramm in Argon bei p = 5 bar. Der steile Temperaturgradient in ca. 1 cm radialer Entfernung vom Plasma entspricht der 1000 K Isotherme. Zwischen Fokussierspiegel und Plasma befindet sich hauptsächlich Kaltgas, welches erst wenige mm vor dem unteren Plasmarand aufgeheizt wird. Oberhalb des Plasmas ist eine langgestreckte Zone heißen Gases. Eine derartige Temperaturverteilung ergibt sich auch aus den Modellrechnungen.

Die Interferometrie liefert wichtige Erkenntnisse über die Stabilität der Entladung. Interferogramme, die direkt zu Beginn des Experimentes aufgenommen werden, zeigen eine sehr unregelmäßige Streifenverteilung, die zeitlich und räumlich fluktuiert. Erst nach ca. 20 Minuten hat sich eine stationäre Temperaturverteilung in der Hochdruckkammer eingestellt. Dies bedeutet für die Untersuchung der stationären Strömungsverhältnisse, daß die Geschwindigkeitsmessungen erst nach Beendigung der Aufheizphase erfolgen dürfen.

2.6 Die optische Entladung in Wasserstoff

Wie Berechnungen des Zusammenhangs von Elektronendichte und Temperatur bei verschiedenen Drücken für Wasserstoff mit der Sahagleichung zeigen (Abb. 2.12), lassen sich bei Drücken oberhalb von 10 bar Wasserstoffplasmen mit Elektronendichten von mehr als $1 \cdot 10^{18} cm^{-3}$ erzeugen. Zur Bestimmung der Elektronendichte können spektroskopische Messungen an der durch den Stark-Effekt verbreiterten H_β-Linie herangezogen werden.

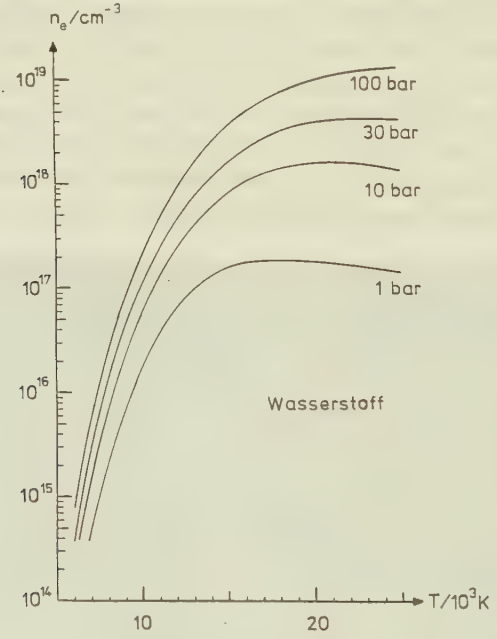


Abb. 2.12 Mit der Sahagleichung berechneter Zusammenhang zwischen Elektronendichte und Temperatur für Wasserstoff

2.6.1 Der Meßaufbau

Der experimentelle Aufbau zur Spektroskopie an H_β ist in Abb. 2.13 dargestellt. Das Plasma wird mit den Linsen L_1 und L_2 vergrößert auf den Eintrittsspalt eines Spektrographen abgebildet. Da das Plasmaleuchten sehr intensiv

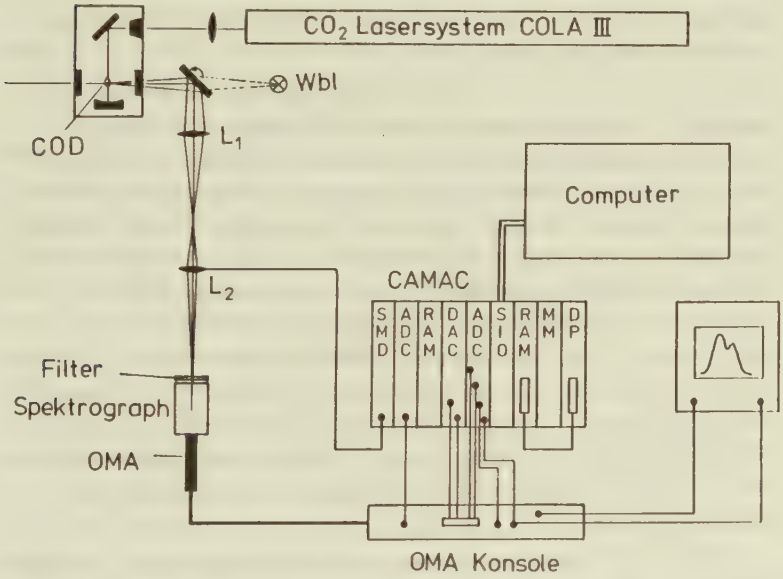


Abb. 2.13 Meßapparatur zur Spektroskopie an der optischen Entladung in Wasserstoff

ist, müssen zwei starke Graufilter (τ_1 = 5‰ , τ_2 = 1‰) in den Strahlengang eingebracht werden. Die wellenlängenaufgelöste Messung der Intensität erfolgt side-on durch ein OMA-System der Firma PAR (Modell 1205 A mit 1205 D), welches sich in der Austrittsebene des Spektrographen

befindet. Das Target besteht aus 500 Kanälen, die insgesamt eine Breite von 12.5 mm und eine Höhe von 5 mm aufweisen. In Verbindung mit dem hier verwendeten Spektrographen erreicht man eine Auflösung von 1.2 Å/Kanal.

Zur räumlichen Auflösung wird mit der Linse L_2 die Abbildung des Plasmas horizontal über den Eintrittsspalt bewegt und an 50 verschiedenen Punkten die spektralen Profile aufgenommen, wobei an jedem Meßort über 30 Messungen gemittelt wird.

Zur Steuerung des gesamten Meßprogramms, d.h. Auslösen der Messung mit dem OMA-System, Verfahren der Linse L_2 über eine Schrittmotorsteuerung und Aufnahme und Abspeichern der Meßwerte wird ein CAMAC-System verwendet, welches mit einem Datenprozessor als autonomes Crate betrieben wird. Jedes spektrale Profil an einem festen Meßort wird zunächst von dem OMA-System aufgenommen, welches die analogen Meßdaten der 500 Kanäle in 32 ms an den AD-Konverter (ADC) weitergibt. Nach der Umwandlung in digitale Werte werden die Meßwerte im RAM zwischengespeichert und danach in eine Datei im Plattenspeicher des Computers eingetragen. Zur Kontrolle werden die spektralen Profile während der Messung auf einen Oszillographen gegeben.

Die Kalibrierung der Intensitätsmessung erfolgt durch Vergleich mit einer Wolframbandlampe (Wbl), deren Strahlung nur noch mit dem Graufilter der Transmission τ_2 abgeschwächt wird. Da die gemessenen Intensitäten über den Sehstrahl integriert sind, muß zur Bestimmung der radialen Verteilung des Emissionskoeffizienten für jeden der 500 Kanäle eine Abelinversion durchgeführt werden. Die Bedingung der Rotationssymmetrie ist bei dieser Anordnung zur Erzeugung der optischen Entladung erfüllt.

2.6.2 Anpassung an theoretische Linienprofile

Aus der vollen Halbwertsbreite $\Delta\lambda$ der H_β-Linie läßt sich nach der Gleichung

$$(2.4) \quad n_e = C(n_e,T)\cdot\Delta\lambda^{3/2}$$

die Elektronendichte n_e bestimmen. Die Dopplerverbreiterung kann aufgrund der hohen Elektronendichten vernachlässigt werden /51/.

Die Ermittlung der Halbwertsbreite aus den entabelten Profilen wird jedoch dadurch erschwert, daß der durch den Stark-Effekt verbreiterten H_β-Linie die Kontinuumsstrahlung überlagert ist, deren Intensität ebenfalls von der Elektronendichte und der Temperatur abhängt. Zur Auswertung der entabelten spektralen Profile wurde daher eine Anpassung an theoretische Profile durchgeführt, deren Berechnung im folgenden erläutert wird.

Zunächst wird vorausgesetzt, daß für die optische Entladung in Wasserstoff der Zusammenhang zwischen Elektronendichte und Temperatur durch die Sahagleichung gegeben ist. Dadurch wird unter Verwendung der idealen Gasgleichung die Berechnung der Kontinuumsstrahlung als reine Funktion der Elektronendichte ermöglicht.

Das Linienprofil wird in den Flügeln durch eine Holtsmarkverteilung gegeben, so daß dort die spektrale Verteilung des Emissionskoeffizienten durch die Gleichung

$$(2.5) \quad \varepsilon(|\lambda_o - \lambda|) = \varepsilon_o \Big/ \left[1 + \left((|\lambda_o - \lambda|)/\Delta\lambda_{1/2}\right)^{5/2}\right]$$

angenähert werden kann. Hierbei bedeutet λ_o die Wellenlänge in der Linienmitte; $\Delta\lambda_{1/2}$ ist die halbe Halbwertsbreite, ε_o ist der Emissionskoeffizient bei λ_o.

Die bei H_β beobachtete Einsattelung in der Linienmitte wird durch diese einfache Gleichung natürlich nicht wiedergegeben. Diese Profilanpassung wird durchgeführt, um das Integral des Emissionskoeffizienten über die Linie berechnen zu können. Für dieses Integral gilt die Gleichung

$$(2.6) \qquad \int \varepsilon(\lambda)d\lambda = \frac{1}{4\pi} \cdot n_o \cdot \frac{g_n}{U_o} \cdot \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right) h\nu \cdot A_{nm}$$

Es bedeuten

- n : oberes Niveau des Übergangs
- g_n : statistisches Gewicht
- U_o : Zustandssumme
- E_n : Energie des oberen Niveaus
- k : Boltzmannfaktor
- h : Planck'sches Wirkungsquantum
- ν : Frequenz
- A_{nm}: Übergangswahrscheinlichkeit vom Niveau n in das Niveau m
- n_o : Neutralteilchendichte
- T : Temperatur

Im Fall der H_β-Linie gilt $n = 4$, $m = 2$, $g_n = 32$, $A_{mn} = 8.41 \cdot 10^6\ s^{-1}$, $U_o = 2$, $E_n = 12.75$ eV.
Die Neutralteilchendichte n_o folgt für bekannten Druck bei Vorgabe der Elektronendichte n_e aus der Sahagleichung, ebenso die Temperatur T.

Nachdem mit Gleichung (2.6) die Berechnung des Integrals des Emissionskoeffizienten der H_β-Linie möglich ist, kann man daraus mit dem angenommenen Profil aus Gleichung (2.5)

den maximalen Emissionskoeffizienten ε_o bestimmen.

$$(2.7) \qquad \varepsilon_o = \frac{\int_{H_\beta} \varepsilon(\lambda)\, d\lambda}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d(|\lambda_o - \lambda|)}{1 + \left\{(|\lambda_o - \lambda|)/\Delta\lambda_{1/2}\right\}^{5/2}}}$$

Die halbe Halbwertsbreite ist über Gleichung (2.4) durch die Vorgabe der Elektronendichte festgelegt. Nachdem nun ε_o bekannt ist, läßt sich nach Gleichung (2.5) ein Linienprofil berechnen. Im letzten Schritt wird dieses Profil zur Kontinuumsstrahlung addiert.

Auf diese Weise werden unter Vorgabe des Drucks für verschiedene Elektronendichten spektrale Profile berechnet, die direkt mit den gemessenen entabelten Profilen verglichen werden können.

2.6.3 Meßergebnisse

Die optische Entladung in Wasserstoff wurde im Druckbereich zwischen 5 und 20 bar bei verschiedenen Laserleistungen untersucht. Zur Bestimmung der Elektronendichte aus der Halbwertsbreite der H_β-Linie fand das im vorigen Kapitel beschriebene Anpassungsverfahren Verwendung. Ein Beispiel ist in Abb. 2.14 zu sehen. Bis auf die Linienmitte, wo keine Übereinstimmung erwartet werden kann, stimmt das theoretische Profil sehr gut mit dem entabelten Profil überein. Die vom theoretischen Linienverlauf abweichenden Emissionskoeffizienten bei Wellenlängen unterhalb von 4750 Å werden durch die ebenfalls Stark-verbreiterte H_γ-Linie bei 4341 Å bewirkt.

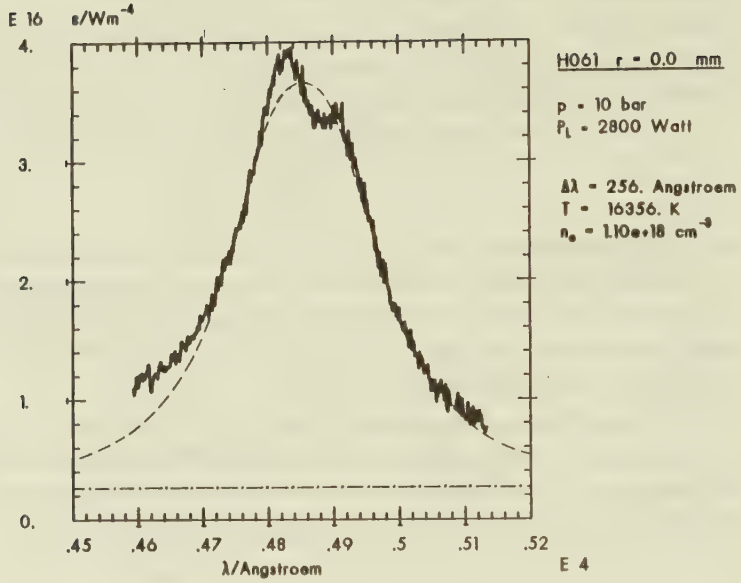


Abb. 2.14 H_β-Linie im Zentrum der optischen Entladung mit angepaßtem theoretischen Linienverlauf (– – –) (– • – • – Kontinuumsstrahlung)

Für eine um 10% größere Elektronendichte liegt der theoretische Profilverlauf um 7% höher, die Halbwertsbreite nimmt um 6% zu. Eine geringere Elektronendichte hat einen entsprechend niedrigeren Emissionskoeffizienten und Halbwertsbreite zur Folge.

Durch Messungen der H_β-Linie in verschiedenen Höhen des Plasmas läßt sich die räumliche Verteilung der Elektronendichte und der Temperatur in der optischen Entladung bestimmen. Das Isothermenfeld einer Wasserstoffentladung bei einem Druck von 10 bar und einer Laserleistung von ca. 2 kW ist in Abb. 2.15 dargestellt.

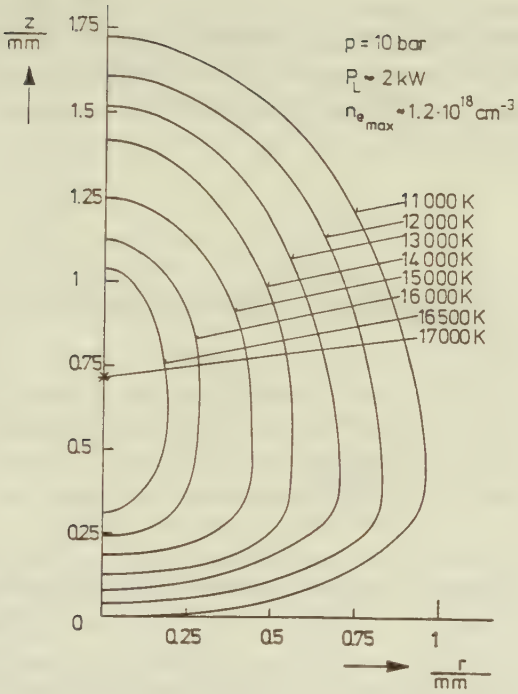


Abb. 2.15 Temperaturprofil eines Wasserstoff-COD

Die maximale Elektronendichte beträgt $1.2 \cdot 10^{18}\,cm^{-3}$. Im Vergleich zu optischen Entladungen in Argon fallen die trotz der relativ hohen Laserleistung kleinen räumlichen Abmessungen des Wasserstoffplasmas (R ≈ 1 mm, H ≈ 1.75 mm) auf. Ein 10 bar Argonplasma weist schon bei einer Laserleistung von nur 300 W einen Radius von mehr als 1 mm und eine Höhe von 3 mm auf /13/. Dieses unterschiedliche Verhalten kann durch die bei Wasserstoff wesentlich höhere Wärmeleitfähigkeit erklärt werden /52-54/.

Aus Messungen bei verschiedenen Drücken und Laserleistungen kann man Aufschluß über die Abhängigkeit der Elektronendichte von diesen Parametern gewinnen. Das Resultat dieser Untersuchungen ist in Abb. 2.16 dargestellt.

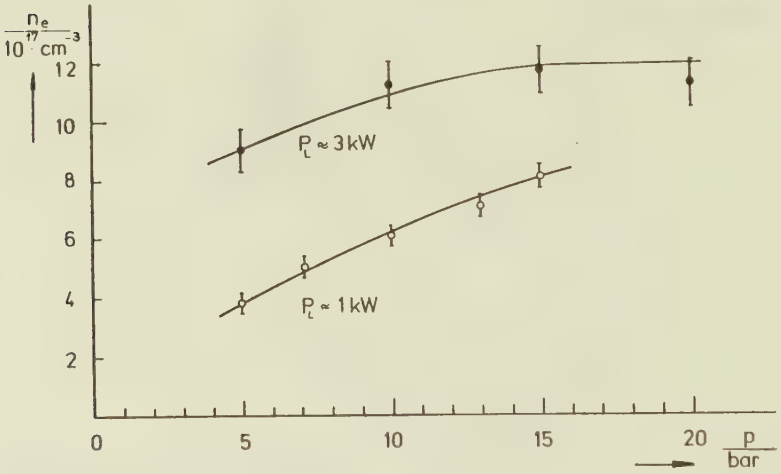


Abb. 2.16 Abhängigkeit der maximalen Elektronendichte der optischen Entladung in Wasserstoff von Druck und Laserleistung

Bei niedrigen Laserleistungen von 1 kW ist eine nahezu lineare Abhängigkeit der Elektronendichte vom Druck zu beobachten. Oberhalb eines Drucks von 15 bar kann die optische Entladung mit einer Laserleistung von 1 kW nicht mehr betrieben werden (vgl. Abb. 2.8).

Eine Erhöhung der Laserleistung auf 3 kW bewirkt eine stärkere Aufheizung der optischen Entladung, was eine höhere Elektronendichte zur Folge hat. Allerdings bewirkt die Verdreifachung der Laserleistung nur eine Verdopplung der Elektronendichte. Dies ist ein Hinweis darauf, daß bei Erhöhung der Laserleistung die Aufheizung eines größeren Plasmas erfolgt.

Bei Drücken oberhalb von 15 bar stellt sich ein Sättigungswert der Elektronendichte von $1.2 \cdot 10^{18} cm^{-3}$ ein. Dieses Sättigungsverhalten war auch bei der optischen Entladung in Argon zu beobachten, wo sich eine maximale Elektronendichte von $7 \cdot 10^{17} cm^{-3}$ oberhalb eines Drucks von 100 bar ergibt.

2.6.4 Untersuchung der Asymmetrie der H_β-Linie

Wie in Abb. 2.14 zu sehen ist, weist die H_β-Linie in der Mitte eine Einsattelung auf, wobei das Maximum bei der kürzeren Wellenlänge höher als das Maximum bei der größeren Wellenlänge ist. Dieser Unterschied in den Kuppenhöhen, der mit wachsender Elektronendichte zunimmt, wurde schon früher an wandstabilisierten Bögen /55/ untersucht, allerdings nur bis zu Elektronendichten von $1.4 \cdot 10^{17} cm^{-3}$ /56/. Die optische Entladung in Wasserstoff ermöglicht es nun, diesen Effekt bis zu Elektronendichten von über $1 \cdot 10^{18} cm^{-3}$ zu studieren. Das Ergebnis ist in Abb. 2.17 dargestellt. Der Kurvenverlauf wird von einer theoretischen Arbeit /57/ qualitativ richtig wiedergegeben, allerdings liegen die experimentell bestimmten prozentualen Abweichungen ungefähr um einen Faktor 1.8 niedriger als die theoretischen Vorhersagen. Auch die Messungen anderer Autoren /56/ bei niedrigeren Elektronendichten können die theoretischen Werte nicht bestätigen. In /55/ wird ebenfalls eine theoretische Erklärung der Asymmetrie von H_β vorgestellt, die aber ebenfalls stärkere Abweichungen der beiden Maxima voneinander vorhersagt als die Messungen an der optischen Entladung zeigen.

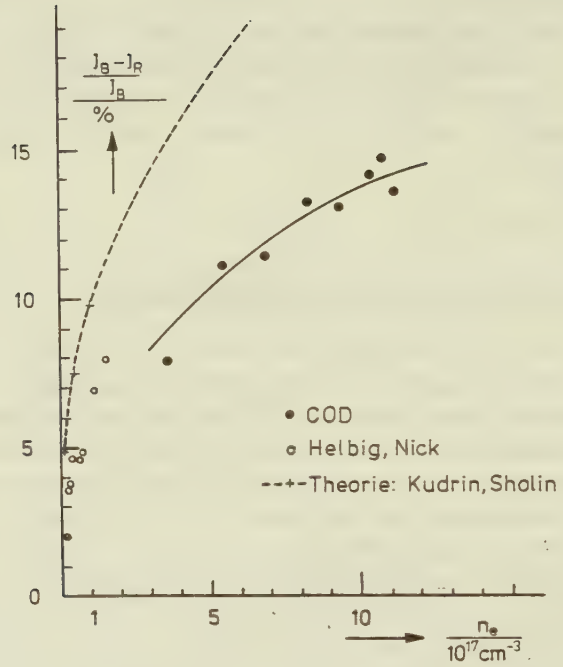


Abb. 2.17 Asymmetrie der Kuppenhöhen von H_β in Abhängigkeit von der Elektronendichte

Bei der H_β-Linie ist weiterhin zu beobachten, daß sich mit steigender Elektronendichte der Wellenlängenabstand der beiden Maxima vergrößert. Die Messungen an der optischen Entladung ergeben den in Abb. 2.18 dargestellten Zusammenhang. Auch dieser Effekt wird durch die Theorie /57/ untermauert, allerdings liegen die experimentellen Daten nun über den theoretischen Werten.

Die Messungen anderer Arbeitsgruppen /56,58,59/, die allerdings nur bei Elektronendichten zwischen $1.3 \cdot 10^{16} cm^{-3}$ und $1.4 \cdot 10^{17} cm^{-3}$ durchgeführt wurden, liefern ebenfalls

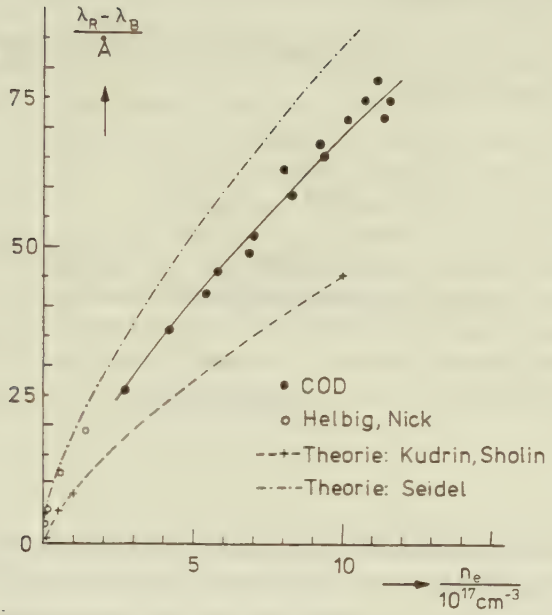


Abb. 2.18 Relative Verschiebung der Maxima von H_β in Abhängigkeit von der Elektronendichte

größere Abstände zwischen den Maxima der H_β-Linie als die Theorie /57/ vorhersagt. Mittlerweile wurden die Modellvorstellungen zur Berechnung von Linienprofilen in Wasserstoff weiterentwickelt /60,61/ und liefern in Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen /56,58,59/ für das Verhältnis $(\lambda_R - \lambda_B)/\Delta\lambda$ einen von der Elektronendichte unabhängigen Wert von 0.35 (Kudrin und Sholin: 0.18). Das aus den Messungen am COD bestimmte Verhältnis von 0.28 stimmt innerhalb der Meßgenauigkeit mit diesem Ergebnis überein und bestätigt somit die Gültigkeit der Theorien /60,61/ bis zu Elektronendichten von $1.2 \cdot 10^{18} cm^{-3}$.

2.6.5 Fehlerbetrachtung

Der Fehler bei der Bestimmung des Emissionskoeffizienten ε ist gegeben durch

$$(2.8) \qquad \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{\delta I_{Pl}}{I_{Pl}} + \frac{\delta I_{Wbl}}{I_{Wbl}} + \frac{\delta r}{r} + \frac{\delta\tau}{\tau}$$

Der Fehler bei der Intensitätsmessung des Plasmas $\delta I_{Pl}/I_{Pl}$ beträgt 5%, die Unsicherheit der Wolframbandlampe ist 3%. Der Plasmaradius r läßt sich auf 5% bestimmen, die Transmission des Graufilters auf 2%. Damit erhält man für den Emissionskoeffizient als relativen Fehler

$$(2.9) \qquad \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} = 15\%$$

Der Fehler bei der Bestimmung der Elektronendichte aus der Halbwertsbreite nach Gleichung (2.4) beträgt 10%.

Der Fehler bei der Bestimmung der Temperatur nach Gleichung (2.6) berechnet sich zu

$$(2.10) \qquad \frac{\delta T}{T} = \left\{ \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} + \frac{\delta A_{mn}}{A_{mn}} + \frac{\delta n_o}{n_o} \right\} \cdot \frac{kT}{E_n}$$

Die Übergangswahrscheinlichkeiten sind auf 1% bekannt, der Fehler in der Teilchendichte beträgt 10%. Für eine Temperatur von 16000 K und $E_n \approx 12.75$ eV erhält man damit einen Fehler von

$$(2.11) \qquad \frac{\delta T}{T} = 3\%$$

3. THEORETISCHE GRUNDLAGEN DER LASER-DOPPLER-ANEMOMETRIE

Die Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) ist eine hochauflösende, berührungsfreie Methode zur Bestimmung von Strömungsgeschwindigkeiten. Dabei wird ein sich mit der Strömung bewegendes Teilchen mit kohärentem Licht bestrahlt. Durch den Dopplereffekt ist das vom Teilchen gestreute Licht frequenzverschoben, wobei die Frequenzverschiebung der Teilchengeschwindigkeit proportional ist. Diese Technik wurde erstmals von Yeh und Cummins /62/ zur Messung sehr kleiner Geschwindigkeiten ($v < 0.05$ cm/s) in Wasser angewendet.

3.1 Streuung an bewegten Teilchen

3.1.1 Streuteilchen und Folgeverhalten

Die LDA ist nur anwendbar, wenn in dem strömenden Medium geeignete Streuzentren vorhanden sind. In den meisten Fällen müssen der Strömung Teilchen zugefügt werden ("Seeding"). Bei der Untersuchung von heißen Gasen ist dabei erforderlich, daß der Schmelzpunkt der Teilchen möglichst hoch liegt. Weitere wichtige Gesichtspunkte für die Auswahl des Materials für die Streuteilchen sind ihre Streueigenschaften und ihr Folgeverhalten.

Der Durchmesser der üblicherweise verwendeten Partikel liegt in der Größenordnung 1 µm. Die Streuung von sichtbarem Licht an solchen Teilchen wird durch die Mie-Theorie /63/ beschrieben. Diese Theorie liefert für die Streustrahlung von kugelförmigen Teilchen in Abhängigkeit vom Streuwinkel je nach Größe des Streuparameters $\kappa = 2\pi r/\lambda$ (r: Teilchenradius, λ: Wellenlänge) sehr unterschiedliche Streudiagramme. Für den Grenzfall $r << \lambda$ erhält man die Gesetze der Rayleigh-Theorie. Mit wachsendem Teilchenradius nimmt der auf die Gesamtstreuung bezogene Anteil der Vorwärtsstreuung zu, die Rückwärtsstreuung wird schwächer (Mie-Effekt).

Zur Diskussion des Folgeverhaltens wird ein kugelförmiges Teilchen mit dem Radius r betrachtet, welches sich in einem strömenden Medium befindet. Nach Stokes wirkt auf das Teilchen die Kraft

$$(3.1) \qquad F_p = m_p \frac{dv_p}{dt} = 6\pi\eta r \cdot (u - v_p)$$

m_p: Masse des Teilchens
v_p: Geschwindigkeit des Teilchens
u : Strömungsgeschwindigkeit
η : Viskosität

Für konstante Strömungsgeschwindigkeit lautet die Lösung

$$(3.2) \qquad v_p(t) = u + (v_p(0) - u) \cdot \exp(-t/\tau_p)$$

Bei einer Änderung der Strömungsgeschwindigkeit hat das Teilchen nach der Zeit τ_p den neuen Wert erreicht, wobei τ_p gegeben ist durch

$$(3.3) \qquad \tau_p = \frac{m_p}{6\pi\eta r} = \frac{2\rho_p \cdot r^2}{9\eta}$$

Für typische Werte ($\rho_p = 5\ g/cm^3$, $\eta = 10^{-4}\ g/cm \cdot s$, $r = 1\ \mu m$) ergibt sich nach (3.3) eine Folgezeit von 0,1 ms, was in den meisten Fällen als ausreichend angesehen werden kann.

3.1.2 Die Dopplerverschiebung bei der Streuung

Bei der Streuung von Licht der Frequenz ν_o an einem Objekt T, welches sich mit der Geschwindigkeit v bewegt, wobei der Sender S und der Empfänger E ruhen (Abb. 3.1), tritt zweimal eine Dopplerverschiebung auf: zwischen Sender und

Teilchen, wobei das Teilchen als bewegter Empfänger wirkt, und zwischen Teilchen und Empfänger, wobei das Teilchen jetzt als bewegter Sender gesehen wird.

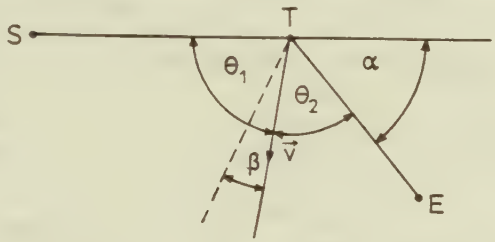


Abb. 3.1 Dopplerverschiebung durch Streuung an einem bewegten Teilchen

Die vom Teilchen beobachtete Frequenz beträgt

$$(3.4) \qquad \nu_T = \nu_o \cdot \left\{ 1 + \frac{v \cdot \cos\theta_1}{c} \right\}$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit ist. Für die am Empfänger beobachtete Frequenz ν_E gilt

$$(3.5) \qquad \nu_E = \nu_T \cdot \left\{ 1 + \frac{v \cdot \cos\theta_2}{c} \right\}$$

Da $v << c$, erhält man für die Frequenzverschiebung $\Delta\nu_d$ des Streulichts gegenüber dem einfallenden Licht ν_o aus (3.4) und (3.5)

$$(3.6) \qquad \Delta\nu_d = \nu_E - \nu_o = \nu_o \cdot \frac{v}{c} \cdot (\cos\theta_1 + \cos\theta_2)$$

Gleichung (3.6) läßt sich umformen in

$$(3.7) \qquad \Delta\nu_d = 2\cdot\nu_o\cdot\frac{v}{c}\cdot\cos\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\cdot\cos\frac{\theta_1-\theta_2}{2}$$

Aus Abb. 3.1 folgt für den Streuwinkel α

$$(3.8) \qquad \alpha = \pi - (\theta_1 + \theta_2)$$

mit

$$(3.9) \qquad \sin\frac{\alpha}{2} = \cos\frac{\theta_1+\theta_2}{2}$$

Für den Winkel β, der durch den Geschwindigkeitsvektor und den Streuvektor bestimmt ist, gilt

$$(3.10) \qquad \beta = \frac{\theta_1-\theta_2}{2}$$

Damit erhält man für die Frequenzverschiebung

$$(3.11) \qquad \Delta\nu_d = 2\cdot\nu_o\cdot\frac{v}{c}\cdot\cos\beta\cdot\sin\frac{\alpha}{2}$$

Für $\beta = 0$ vereinfacht sich Gleichung (3.11) zu

$$(3.12) \qquad \Delta\nu_d = 2\cdot\nu_o\cdot\frac{v}{c}\cdot\sin\frac{\alpha}{2}$$

Gleichung (3.11) zeigt, daß die Größenordnung der Frequenzverschiebung des Streulichts durch den Term v/c bestimmt ist. Bei Geschwindigkeiten zwischen 1 cm und 10 m resultieren Frequenzverschiebungen im Bereich von 10 kHz bis 10 MHz, zu deren Nachweis optische Überlagerungstechniken verwendet werden.

3.2 Der akusto-optische-Effekt

Eine ebene akustische Welle erzeugt in einem Kristall Brechungsindexänderungen, an welchen eine Lichtwelle reflektiert wird (Abb. 3.2).

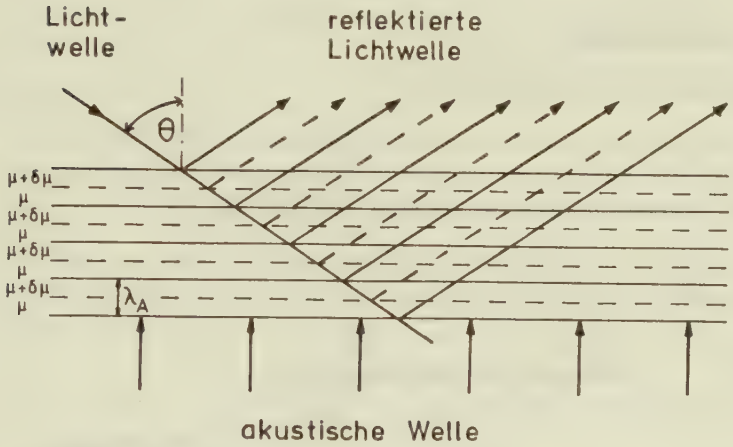


Abb. 3.2 Bragg-Reflexion durch eine akustische Welle

Für den Fall (Bragg-Bedingung)

$$(3.13) \quad 2\lambda_A \mu \cdot \cos\theta = \lambda_o$$

λ_A: Wellenlänge der akustischen Welle
μ : Brechungsindex des Kristalls
θ : Einfallswinkel der Lichtwelle
λ_o: Wellenlänge der Lichtwelle

tritt Interferenz auf.

Die Frequenzverschiebung des reflektierten Lichts ist mit der Frequenz der akustischen Welle identisch. Je nach Fortpflanzungsrichtung der akustischen Welle läßt sich dadurch die Lichtwelle zu höheren oder niedrigeren Wellenlängen verschieben.

3.3 LDA-Methoden

3.3.1 Die Referenzstrahlmethode

Bei dieser Methode wird das frequenzverschobene Streulicht dem abgeschwächten Laserlicht überlagert. Ein möglicher Versuchsaufbau ist in Abb. 3.3 gezeigt.

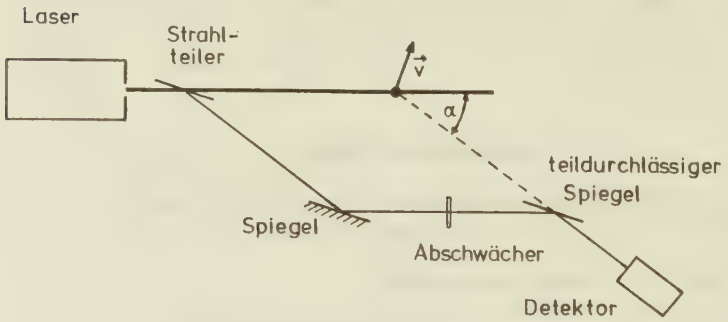


Abb. 3.3 Versuchsaufbau zur Geschwindigkeitsmessung mit der Referenzstrahlmethode

Das Streulicht ist nach Gl. (3.12) um die Frequenz

$$\Delta\nu_d = 2 \cdot \nu_o \cdot \frac{v}{c} \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \tag{3.14}$$

verschoben ($\beta = 0$).

Das vom Detektor registrierte Signal setzt sich zusammen aus dem abgeschwächten Laserlicht (Index o)

$$(3.15) \quad E_o = A_o \cdot \cos(2\pi\nu_o t + \phi_o)$$

und dem dopplerverschobenen Streulicht (Index s)

$$(3.16) \quad E_s = A_s \cdot \cos(2\pi\{\nu_o + \Delta\nu_d\}t + \phi_s)$$

Dabei bedeutet

E: elektrische Feldstärke
A: Amplitude
ϕ: Phasenverschiebung

Nach dem Superpositionsprinzip gilt dann unter Vernachlässigung der optischen Frequenzen, die vom Detektor nicht registriert werden

$$(3.17) \quad I(t) = \frac{1}{Z} \cdot \left\{ \frac{1}{2}(A_o^2 + A_s^2) + A_o A_s \cos(2\pi\Delta\nu_d t + \{\phi_s - \phi_o\}) \right\}$$

wobei Z der Wellenwiderstand ist.
Das vom Empfänger registrierte Signal enthält demnach auf einem Gleichstromanteil, der proportional zur Gesamtintensität ist, die gesuchte Frequenzverschiebung als Schwebungsfrequenz. Ein Nachteil der Referenzstrahlmethode ist die Abhängigkeit der gemessenen Frequenzverschiebung von der Beobachtungsrichtung.

3.3.2 Die Zweistrahlmethode

Bei der Zweistrahlmethode /64/ wird von zwei gekreuzten Laserstrahlen ein Meßvolumen gebildet und das Streulicht aus diesem Schnittpunkt detektiert. Zur Erklärung können zwei verschiedene Modelle herangezogen werden.

Interferenzstreifenmodell

Im Kreuzungsgebiet der Strahlen entsteht durch Interferenz ein ortsfestes Streifenmuster, wie in Abb. 3.4 dargestellt ist.

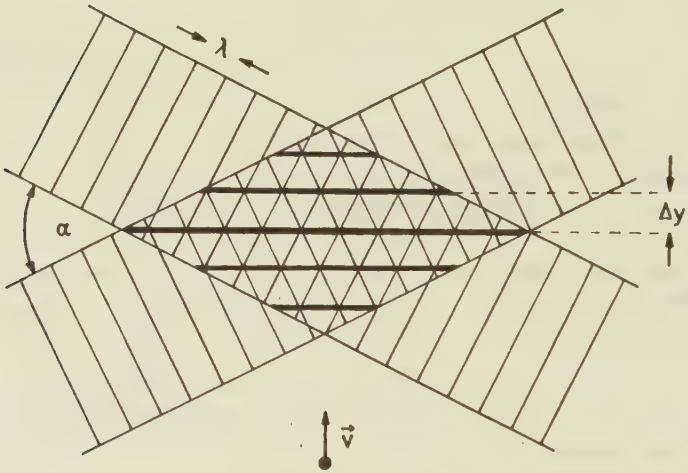


Abb. 3.4 Interferenzstreifenmodell

Das geometrische Meßvolumen hängt somit vom Strahldurchmesser und vom Kreuzungswinkel ab.

Der Streifenabstand Δy ist gegeben durch

$$\Delta y = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} \qquad (3.18)$$

α ist der Schnittwinkel der beiden Laserstrahlen. Durchläuft ein Teilchen mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ dieses Interferenzmuster, so erzeugt es eine Folge von Streulichtimpulsen (Doppler-Burst) mit der Frequenz

$$(3.19) \qquad \nu_d = \frac{v}{\Delta y} = \frac{2 \cdot v \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{\lambda}$$

Die Burst-Frequenz ist proportional zur Geschwindigkeitskomponente senkrecht zu den Interferenzebenen.

Mit dem Interferenzstreifenmodell ist es leicht zu verstehen, daß das Signal-Rausch-Verhältnis stark durch die Teilchengröße und durch die Anzahl der Streuteilchen im Meßvolumen beeinflußt wird. Teilchen, die größer sind als der Streifenabstand, reduzieren die Modulation des Signals, wie mit einer einfachen Überlegung gezeigt werden kann.

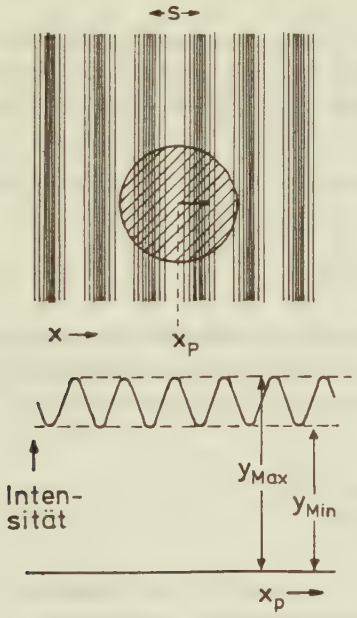


Abb. 3.5 Detektorsignal in Abhängigkeit von der Lage des Teilchens im Interferenzfeld

Der Kontrast F ist definiert durch

$$(3.20) \qquad F = \frac{y_{max} - y_{min}}{y_{max} + y_{min}}$$

wobei y_{max} und y_{min} der maximale bzw. minimale Wert der Signalmodulation ist. Die Intensitätsverteilung im Streifenmuster für eine Kreisscheibe (Abb. 3.5) ist gegeben durch

$$(3.21) \qquad I(x) = I_o \cdot (1 - \cos 2\pi x/s)$$

s ist der Streifenabstand. Durch Integration über die Kreisfläche mit dem Radius r_p erhält man für die vom Kreis abgeschattete Intensität

$$(3.22) \qquad W = I_o \pi r_p^2 \cdot \left\{ 1 + \frac{2 \cdot J_1(\varepsilon)}{\varepsilon} \cdot \cos \frac{2\pi x_p}{s} \right\}$$

x_p: x-Koordinate des Kreismittelpunkts

$J_1(\varepsilon)$: Besselfunktion

$\varepsilon = 2\pi r_p/s$

Unter der Voraussetzung, daß die vom Detektor registrierte Intensität zu der abgeschatteten Intensität umgekehrt proportional ist, erhält man als Kontrast

$$(3.23) \qquad F = \left| \frac{2 \cdot J_1(\varepsilon)}{\varepsilon} \right|$$

In Abb. 3.6 ist der Kontrast in Abhängigkeit vom Verhältnis des Teilchendurchmessers zum Streifenabstand dargestellt.

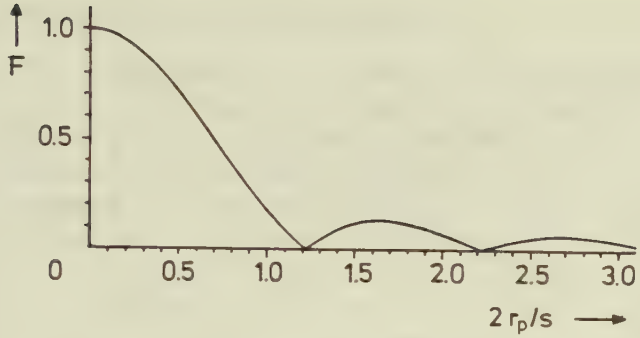


Abb. 3.6 Kontrastfunktion in Abhängigkeit von Teilchengröße und Interferenzstreifenabstand

Der Teilchendurchmesser sollte also nicht größer als der Abstand der Interferenzstreifen sein. Auf der anderen Seite ist das Signal-Rausch-Verhältnis proportional zu $|J_1(\varepsilon)|$ (falls kein Hintergrundleuchten vorhanden ist). Dieser Wert wird maximal für $2r_p/s = 0.586$.

Streulichtmodell

Man kann die Frequenzverschiebung auch als Überlagerung der Streulichtanteile der beiden Strahlen beschreiben (Abb. 3.7). Nach Gleichung (3.6) beträgt die Dopplerverschiebung des Streulichtes

$$\Delta\nu = \nu_o \cdot \frac{v}{c} \cdot (\cos\theta_1 + \cos\theta_2) \qquad (3.24)$$

bzw.

$$\Delta\nu' = \nu_o \cdot \frac{v}{c} \cdot (\cos\theta_1' + \cos\theta_2) \qquad (3.25)$$

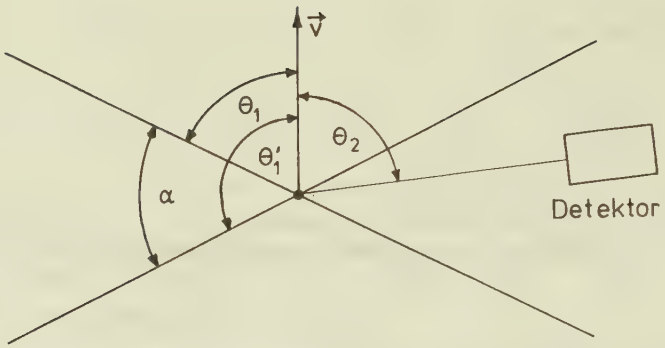


Abb. 3.7 Zweistrahlmethode (Streulichtmodell)

Unabhängig vom Beobachtungswinkel θ_2 folgt dann

$$(3.26) \qquad \Delta\nu_d = \Delta\nu - \Delta\nu' = 2 \cdot \nu_o \cdot \frac{v}{c} \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$$

Der entscheidende Vorteil der Zweistrahlmethode besteht darin, daß die gemessene Dopplerfrequenz nicht mehr von der Beobachtungsrichtung abhängig ist. Dadurch sind auch Detektoren mit einem großen Öffnungswinkel erlaubt, die das Streulicht aus einem großen Raumwinkel empfangen, was zu stärkeren Signalen führt. Der Vergleich von (3.26) mit (3.19) zeigt, daß das Streulichtmodell und das Interferenzstreifenmodell äquivalent sind.

Wie schon die beim Interferenzstreifenmodell vorgestellten Überlegungen zeigen, ist die Teilchengröße bei dieser Meßmethode von großer Bedeutung. Die saubersten Doppler-Burst-Signale erhält man, wenn der Teilchendurchmesser nahezu dem halben Streifenabstand entspricht und sich stets nur ein Teilchen im Meßvolumen befindet /65/.

3.3.3 Bestimmung der Strömungsrichtung

Mit den bisher dargestellten Methoden ist es nicht möglich, zwischen entgegengesetzt gerichteten Strömungen zu unterscheiden; unabhängig von der Richtung wird nur der Betrag der Frequenzverschiebung vom Detektor registriert. Dieses Problem läßt sich durch eine zusätzliche Frequenzverschiebung lösen. Eine dafür erforderliche definierte Frequenzänderung kann beispielsweise durch eine akustische Braggzelle erfolgen, deren Arbeitsweise auf dem in 3.2 erläuterten akusto-optischen Effekt beruht.

Bei der Referenzstrahlmethode wird der Referenzstrahl um die Shiftfrequenz $\Delta\nu_s$ verschoben. Dadurch wird Licht der Frequenz $\nu_o + \Delta\nu_s$ mit dem Streulicht der Frequenz $\nu_o \pm \Delta\nu_d$ gemischt. Das vom Detektor registrierte Signal enthält dann als Schwebungsfrequenz je nach Vorzeichen der Dopplerfrequenzverschiebung $\Delta\nu_s \pm \Delta\nu_d$.

Bei der Zweistrahlmethode wird die Frequenz eines oder beider Laserstrahlen geändert. Dies führt zu einem bewegten Interferenzfeld, dessen Geschwindigkeit proportional zur Differenzfrequenz der Laserstrahlen ist. Für den Detektor ist es gleichgültig, ob sich das Streuteilchen oder das Interferenzfeld bewegt; die Modulation des registrierten Signals ist proportional zur Relativgeschwindigkeit zwischen Teilchen und Interferenzmuster. Das Streulicht eines ruhenden Teilchens ist um die Differenzfrequenz der Laserstrahlen verschoben. Bewegt sich das Teilchen in dieselbe Richtung wie das Streifensystem, verringert sich die Streulichtfrequenz, bei entgegengesetzter Geschwindigkeit von Interferenzfeld und Streuteilchen wächst die Frequenz an.

4. GESCHWINDIGKEITSMESSUNGEN MIT DER LASER-DOPPLER-ANEMOMETRIE

4.1 Das Laser-Doppler- Anemometer

Für die hier durchgeführten Messungen wurde ein Velocimeter der Firma Polytec verwendet, welches nach der Zweistrahlmethode in Rückwärtsstreuung arbeitet. Dadurch werden Änderungen des Brechungsindex durch räumliche Dichteschwankungen des strömenden Mediums weitgehend ausgeglichen. Der Versuchsaufbau zur Geschwindigkeitsmessung ist in Abb. 4.1 dargestellt.

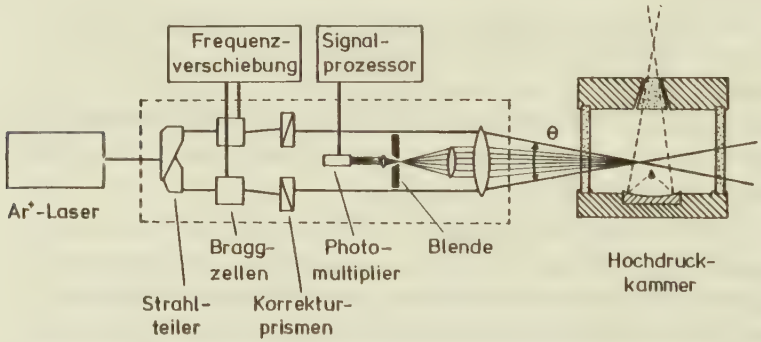


Abb. 4.1 LDA-Versuchsaufbau in Rückwärtsstreuung zur Geschwindigkeitsmessung

Bei diesem Velocimeter sind die einzelnen optischen Komponenten in Modulen untergebracht, die durch Spannelemente fest miteinander verbunden werden und dadurch gleichzeitig zur optischen Achse justiert sind. Lediglich die Blende (Durchmesser 0,1 mm), die das tatsächliche Meßvolumen bestimmt und in Verbindung mit dem Teleskop das Falschlicht ausfiltert, muß in den Strahlengang einjustiert werden. Aufgrund dieses Konstruktionsprinzips erhält man ein kompaktes Gerät (in der Abbildung durch die gestrichelte Linie gekennzeichnet).

Als Lichtquelle dient die grüne Linie (5145 Å) eines Ar^+-Lasers ($P_L \approx 1$ W). Ein Strahlteiler erzeugt zwei zueinander parallele Strahlen (Abstand 60 mm) gleicher Intensität, die durch jeweils eine Braggzelle frequenzverschoben werden. Die Braggzellen werden durch Einstrahlen eines Hochfrequenzfeldes in den Kristall mit der Frequenz $\nu_z + \nu_{sB}$ bzw. $\nu_z - \nu_{sB}$ angesteuert. Für die Frequenz der in 1. Ordnung reflektierten Laserstrahlen, die im Meßvolumen gekreuzt werden, gilt

$$\nu_1 = \nu_o + \nu_z - \nu_{sB} \tag{4.1}$$

$$\nu_2 = \nu_o + \nu_z + \nu_{sB} \tag{4.2}$$

mit

ν_1: Frequenz im Teilstrahl 1

ν_2: Frequenz im Teilstrahl 2

ν_o: Frequenz des Lasers

ν_z: Zentralfrequenz der Braggzellen (70 MHz)

ν_{sB}: 1 kHz - 4999 kHz

Die Shiftfrequenz $\Delta\nu_s$ ergibt sich zu

$$\Delta\nu_s = \nu_2 - \nu_1 = 2 \cdot \nu_{sB} \tag{4.3}$$

Es lassen sich Frequenzverschiebungen $\Delta\nu_s$ bis 10 MHz in Schritten von 2 kHz einstellen. Die Frequenzverschiebung ermöglicht neben der Bestimmung der Geschwindigkeitsrichtung (vgl. Kap. 3.3.3) auch die Verschiebung der Streulichtfrequenz in einen für die Signalverarbeitungselektronik günstigen Bereich. Die Korrektur der geringen Strahlverschiebung, die durch die Braggzellen verursacht wird, erfolgt durch zwei Prismen. Die Linse (d = 80 mm, f = 500 mm) bringt die Teilstrahlen zur Interferenz und

fängt gleichzeitig das Streulicht aus dem Meßvolumen auf. Der Abstand der Interferenzstreifen beträgt nach Gl. (3.18) $\Delta y = 4.3\ \mu m$. Durch ein Teleskop (Durchmesser der vorderen Linse 4.5 cm) wird das Streulicht auf einen auf die Laserwellenlänge abgestimmten Photomultiplier abgebildet. Zur Unterdrückung des Falschlichtes befindet sich vor dem Photomultiplier ein schmalbandiges Interferenzfilter.

Ein für die Messung und Verarbeitung von Laser-Doppler-Signalen geeigneter Signalprozessor (CCO 2 von Cambridge Consultants) registriert die vom Photomultiplier empfangenen Streusignale und liefert sofort die entsprechenden Dopplerfrequenzen. Der Frequenzbereich des Signalprozessors reicht von 70 Hz bis 16 MHz. In Verbindung mit dem hier verwendeten optischen Aufbau lassen sich Strömungsgeschwindigkeiten bis zu 70 m/s messen, bei Verwendung der Frequenzverschiebung sogar Geschwindigkeiten bis zu 110 m/s. Neben der digitalen Anzeige der Dopplerfrequenz besteht auch die Möglichkeit, den Signalprozessor als Spektrumanalysator zu verwenden. Bei dieser Betriebsart wird das Spektrum der Dopplerfrequenzen auf einem Oszillographen dargestellt.

Durch Drehen des Velocimeters um die optische Achse kann die Lage der Interferenzebenen geändert werden, wodurch sich die verschiedenen Geschwindigkeitskomponenten messen lassen. Um die Messung von räumlichen Profilen zu ermöglichen, sind Ar^+-Laser und Velocimeter auf einem schwingungsgedämpften, höhen- und seitenverstellbaren Tisch aufgebaut. Da bei der Rückwärtsstreuung durch das modulare System die Empfangsoptik in die Sendeoptik integriert wird, bleibt die Justierung des Strahlenganges beim Verschieben des Velocimeters entlang der optischen Achse erhalten. Dies erleichtert die Durchführung der Messung von Strömungsprofilen.

4.2 Das Einbringen von Streuteilchen

Als besonders geeignet für Geschwindigkeitsmessungen in heißen Gasen erweisen sich Streuteilchen aus TiO_2 /66/, deren Schmelzpunkt von 1855°C genügend hoch liegt. Zum Einbringen der Teilchen in die Strömung wurde ein Funkenentladungs-Partikelgenerator verwendet, welcher im Rahmen einer Dissertation /66/ an der TH Aachen entwickelt wurde (Abb. 4.2).

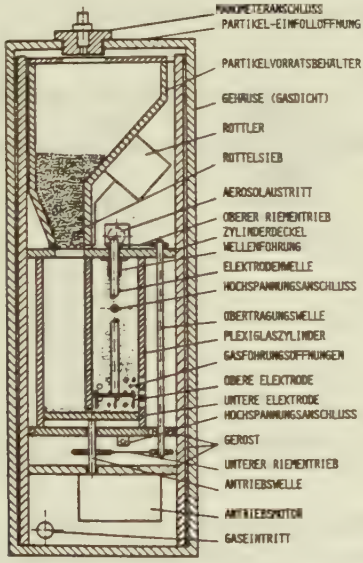


Abb. 4.2 Der Funkenentladungs-Partikelgenerator

In diesem Teilchengenerator, der für den Dauerbetrieb geeignet ist, werden durch eine Hochspannungsentladung zu große Teilchen (Agglomerate) zerstäubt und dadurch auf die für die Geschwindigkeitsmessungen erforderliche Größe von ca. 1 µm gebracht.

Eine einmalige Beimischung von Streuteilchen zu Beginn eines Experimentes genügt jedoch nicht: nachdem die Partikel zunächst von der Strömung mitgeführt werden, setzen sie sich im Lauf von einigen Minuten an den Kammerwänden ab oder verbrennen im Plasma. Bei einem Durchströmen der Hochdruckkammer mit dem durch Streuteilchen angereicherten Gas würde der natürlichen Konvektion eine zusätzliche Strömung überlagert; dadurch scheidet diese Methode aus. Um dennoch während des Experimentes neue Streuteilchen in die Kammer einbringen zu können, wurde das in Abb. 4.3 skizzierte Drucksystem verwendet.

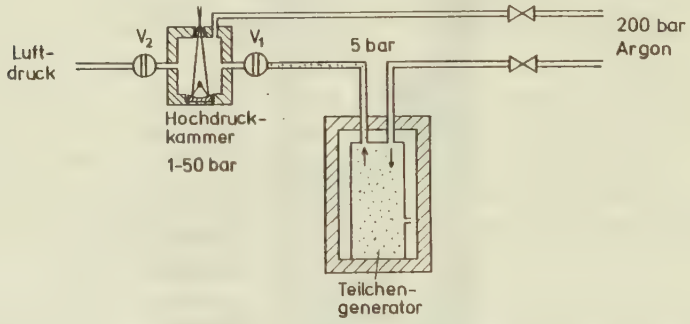


Abb. 4.3 Das Drucksystem zum Einbringen von Streuteilchen

Der Teilchengenerator befindet sich in einem zylindrischen Gefäß, welches für Drücke bis 5 bar geeignet ist. Der Gaseinlaß des Partikelgenerators ist über ein Reduzierventil an eine Argon-Hochdruckflasche angeschlossen, der Aerosolaustritt ist über das Ventil V_1 mit der Hochdruckkammer verbunden. Das Ventil V_2 an der Kammer ist zunächst geschlossen. Wird nun das Ventil V_1 geöffnet, dann kann durch rasches Öffnen und Schließen des Ventils V_2 mit Teilchen durchsetztes Gas aus dem Partikelgenerator in die Kammer strömen, während die Entladung brennt. Während der

Messung sind beide Ventile geschlossen. Voraussetzung für diese Arbeitsweise ist allerdings, daß in der Hochdruckkammer und im Teilchengenerator derselbe Druck herrscht. Werden Plasmaexperimente bei höheren Drücken ($p > 5$ bar) durchgeführt, muß vor jedem Zufügen von Streuteilchen der Kammerdruck zunächst auf 5 bar reduziert werden. Sobald sich genügend Partikel in der Kammer befinden, wird der Kammerdruck über einen separaten Gaseinlaß auf den gewünschten Wert erhöht.

4.3 Meßergebnisse

Für die Geschwindigkeitsmessungen bis zu Drücken von 10 bar wurde die in Abb. 2.3 dargestellte Hochdruckkammer verwendet, für Drücke oberhalb 10 bar wurde die andere Hochdruckkammer (Abb. 2.4) benutzt. Da die Messungen in der Umgebung der optischen Entladung durchgeführt wurden, hat die etwas unterschiedliche Kammergeometrie keinen nennenswerten Einfluß auf die Ergebnisse.

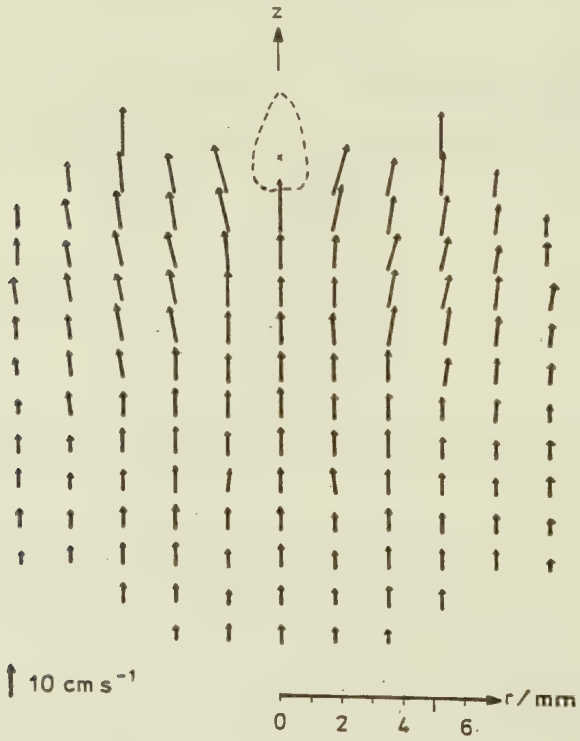


Abb. 4.4 Strömungsfeld unterhalb des Plasmas in Argon bei p = 5 bar

Bei einem Druck von 5 bar Argon wurde das in Abb. 4.4 dargestellte Strömungsfeld unterhalb des Plasmas gemessen, wobei die Größe der Beobachtungsfenster den der Messung zugänglichen Bereich festlegt. Die Strömung verläuft im wesentlichen vertikal. Eine leichte radiale Geschwindigkeitskomponente in Plasmanähe weist auf eine Umströmung der optischen Entladung hin. Dieses experimentelle Resultat wird durch theoretische Überlegungen (Kap. 5.2.1) bestätigt. Die Geschwindigkeit wächst von ca. 5 cm/s in größerer Entfernung vom Plasma (Kaltgas) mit Annäherung an die optische Entladung auf 20 cm/s an. Dieser Geschwindigkeitsanstieg ist durch die geringere Dichte in Plasmanähe bedingt ($\rho \cdot v_z$ = const.).

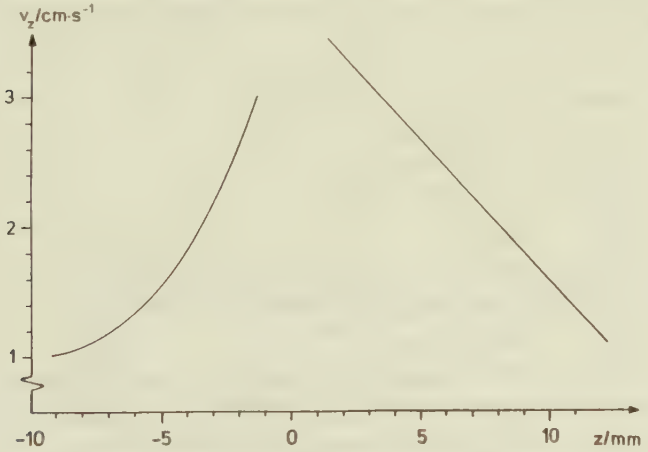


Abb. 4.5 Strömungsgeschwindigkeit in der Symmetrieachse für Argon bei p = 50 bar

Abb. 4.5 zeigt den Verlauf der Strömungsgeschwindigkeit entlang der Symmetrieachse (z-Achse). Bei z = 0 befindet sich der Fokus des CO_2-Laserstrahls. Diese Messung wurde in Argon bei 50 bar durchgeführt. Das schnelle Anwachsen der Geschwindigkeit mit Annäherung an das Plasma ist deut-

lich zu erkennen. Innerhalb des Plasmas sind keine Geschwindigkeitsmessungen möglich, da die Streuteilchen bei den dort herrschenden hohen Temperaturen von 10000 K bis 15000 K verdampfen. Oberhalb des Plasmas nimmt die Strömungsgeschwindigkeit ziemlich rasch ab. Die bei 50 bar gemessenen Geschwindigkeiten liegen erheblich unter denen der Messung bei 5 bar. Diese Druckabhängigkeit wurde für verschiedene Meßorte unterhalb des Plasmas in einem Druckbereich zwischen 2 bar und 8 bar systematisch untersucht (Abb. 4.6). Die Abnahme der Strömungsgeschwindigkeit mit steigendem Druck ist deutlich zu sehen, wobei diese Tendenz in Plasmanähe (z = -2.5 mm) stärker ausgeprägt ist. Messungen bei höheren Drücken bis 50 bar (Abb. 4.7) bestätigen dieses Verhalten. Zum Verständnis dieses Zusammenhanges muß berücksichtigt werden, daß die Dichte mit steigendem Druck wächst.

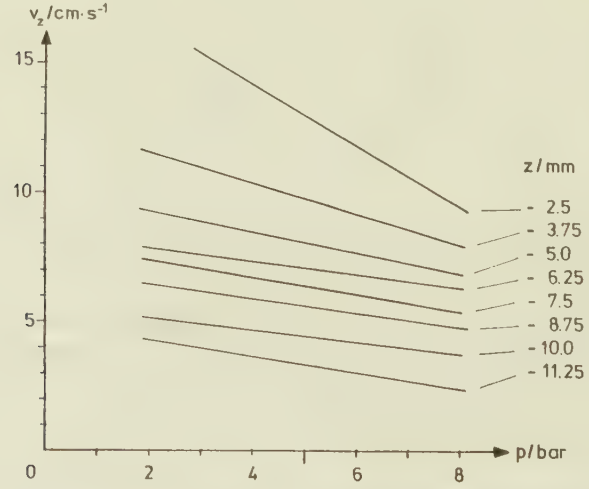


Abb. 4.6 Druckabhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit für Argon zwischen 2 bar und 8 bar

Wegen der Flußerhaltung muß daher die Geschwindigkeit abnehmen. Auch die geringere Temperatur der optischen Entladung bei höherem Druck (Kap. 2.4) und die wachsende Viskosität des Plasmas tragen zur Verlangsamung der Strömung bei.

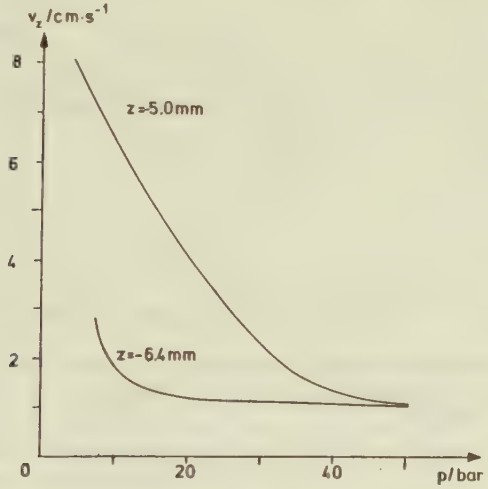


Abb. 4.7 Druckabhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit für Argon zwischen 8 bar und 50 bar

Weiterhin wurde der Einfluß der CO_2-Laserleistung auf die Anströmgeschwindigkeit des Plasmas untersucht (Abb. 4.8). Bei einer Erhöhung der Laserleistung nimmt die Geschwindigkeit zu. Dies läßt sich dadurch erklären, daß das Plasma mit steigender Laserleistung größer wird (Kap. 2.5) und sich in Richtung des ankommenden Laserstrahls ausdehnt (Abb. 2.9). Daher erfährt ein in Bezug auf die Kammer fester Meßort beim Anwachsen der Laserleistung eine Annäherung an das Plasma, was, wie bereits diskutiert, eine höhere Geschwindigkeit zur Folge hat.

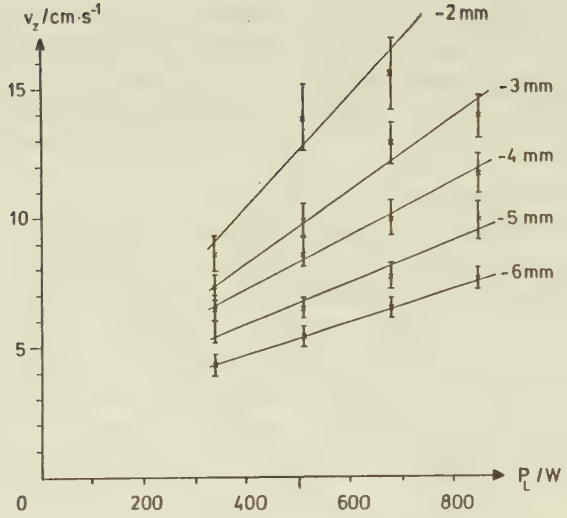


Abb. 4.8 Einfluß der CO_2-Laserleistung auf die Strömungsgeschwindigkeit für 5 bar Argon

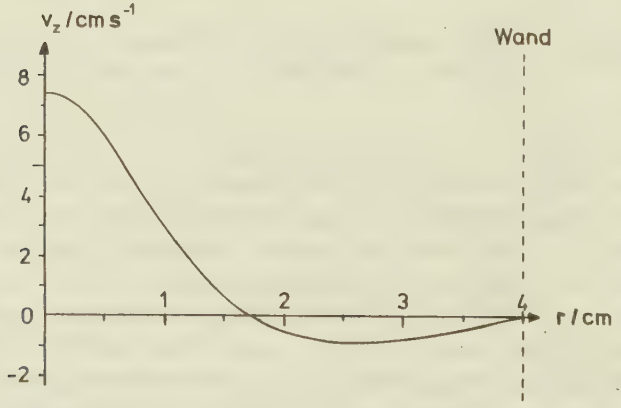


Abb. 4.9 Radialer Verlauf der Strömungsgeschwindigkeit 6 mm unterhalb des Fokus für 5 bar Argon

Die Strömung in der Hochdruckkammer entsteht durch die natürliche Konvektion. Da die Rückströmung im Kaltgas neben der Kammerwand auftritt, ist die Rückströmgeschwindigkeit erheblich kleiner als die Anströmgeschwindigkeit.

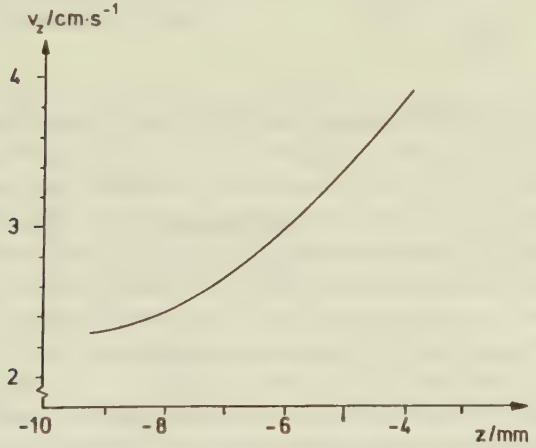


Abb. 4.10 Strömungsgeschwindigkeit in der Symmetrieachse für Helium bei 50 bar

In Helium wird eine ungefähr doppelt so hohe Anströmgeschwindigkeit (Abb. 4.10) wie bei einem entsprechenden Argonexperiment (Abb. 4.5) gemessen. Dies kann durch die geringere Dichte des Heliums erklärt werden, die in erster Linie zunächst durch die im Vergleich zu Argon um einen Faktor 10 kleinere Atommasse verursacht wird. Weiterhin ist aus den spektroskopischen Messungen bekannt, daß die maximale Temperatur in einer optischen Entladung in Helium bei 50 bar 22000 K beträgt. Bei einem Argonplasma hingegen, welches bei gleichem Druck betrieben wird, liegt die Maximaltemperatur von 12000 K erheblich niedriger (Abb. 2.10). Dadurch herrscht in der Umgebung des Heliumplasmas eine erheblich höhere Temperatur und damit eine geringere Dichte als bei Argon.

4.4 Fehlerbetrachtung

Nach Gleichung (3.19) ist der relative Fehler bei der Bestimmung der Geschwindigkeiten durch

$$(4.4) \qquad \frac{\delta v}{v} = \frac{\delta \nu_d}{\nu_d} + \frac{\delta \alpha}{\alpha}$$

Der Fehler bei der Bestimmung des Strahlkreuzungswinkels α entsteht durch die sphärische Aberration der fokussierenden Linse und beträgt 2%. Der Signalprozessor mißt die Frequenzverschiebung ν_d mit einer Genauigkeit von 0.5%. Durch Dichtefluktuationen, die in Plasmanähe, wo größere Geschwindigkeiten herrschen, stärker ausgeprägt sind, ändert sich die Geschwindigkeit im Meßvolumen, wodurch zusätzliche statistische Schwankungen der Frequenzverschiebung verursacht werden. Daneben wird auch die Lage des Meßvolumens durch die Dichtefluktuationen beeinflußt. Die Messungen zeigen, daß diese Effekte Fehler zwischen ±5% und ±10% zur Folge haben (vgl. Abb. 4.8). Damit erhält man als maximalen Fehler bei der Geschwindigkeitsmessung

$$(4.5) \qquad \frac{\delta v}{v} = \pm 12\%$$

5. DAS STRÖMUNGSFELD DER OPTISCHEN ENTLADUNG

5.1 Berechnung des Strömungsfeldes in der Hochdruckkammer

5.1.1 Die Grundgleichungen

In einem Medium mit konstanter Viskosität gilt die Navier-Stokes-Gleichung

$$(5.1) \quad \rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f}^{(e)} - \text{grad } p + \eta \Delta \vec{v} + \frac{\eta}{3} \text{grad div } \vec{v}$$

ρ : Dichte

$\vec{v}$: Geschwindigkeit

$\vec{f}^{(e)}$: eingeprägte Kraft

p : Druck

η : Viskosität

Als eingeprägte Kraft muß der Auftrieb berücksichtigt werden, welcher durch den Temperaturunterschied zwischen dem Plasma und dem umgebenden Gas hervorgerufen wird.

$$(5.2) \quad \vec{f}^{(e)} = (\rho - \rho_\infty) \vec{g}$$

ρ_∞ : Dichte des kalten Gases

$\vec{g}$: Erdbeschleunigung

Für die substantielle Beschleunigung gilt

$$(5.3) \quad \rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v}$$

Damit erhält man für den stationären Fall ($\partial/\partial t = 0$)

$$(5.4)\quad \rho(\vec{v}\cdot\mathrm{grad})\vec{v} = (\rho - \rho_\infty)\cdot\vec{g} - \mathrm{grad}\ p + \eta\Delta\vec{v} + \frac{\eta}{3}\,\mathrm{grad}\ \mathrm{div}\ \vec{v}$$

Mit der Näherung

$$(5.5)\quad (\vec{v}\cdot\mathrm{grad})\vec{v} \simeq 0$$

ergibt sich

$$(5.6)\quad \eta\Delta\vec{v} + \frac{\eta}{3}\,\mathrm{grad}\ \mathrm{div}\ \vec{v} = \mathrm{grad}\ p - (\rho - \rho_\infty)\cdot\vec{g}$$

Durch Anwendung des Operators rot auf Gleichung (5.6) kann der unbekannte Term grad p eliminiert werden und es folgt

$$(5.7)\quad \eta\ \mathrm{rot\ rot\ rot}\ \vec{v} = \mathrm{rot}\ (\rho - \rho_\infty)\cdot\vec{g}$$

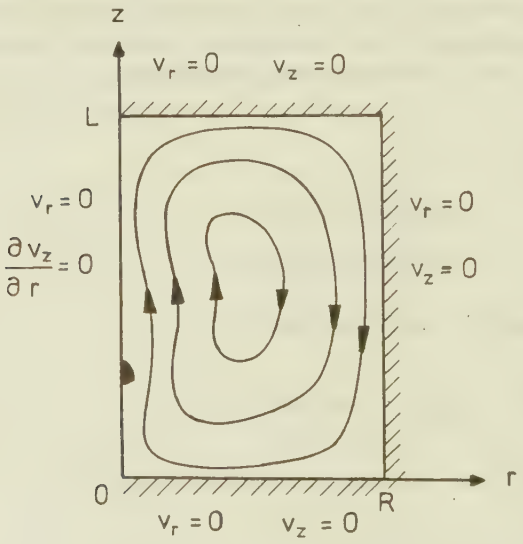


Abb. 5.1 Geometrie zur Berechnung des Strömungsfeldes

Aufgrund der Rotationssymmetrie des Problems (Abb. 5.1) werden Zylinderkoordinaten verwendet, wobei die ϕ-Komponente der Geschwindigkeit, ebenso wie die Ableitungen der Dichte ρ nach ϕ entfallen.

$$(5.8) \quad \vec{v} = v_r \vec{e}_r + v_z \vec{e}_z$$

Damit folgt aus Gleichung (5.7)

$$(5.9) \quad \text{rot rot rot } \vec{v} = \frac{g}{\eta} \frac{\partial \rho}{\partial r} \vec{e}_\phi$$

Die Massenerhaltung wird durch die Kontinuitätsgleichung

$$(5.10) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

beschrieben, welche für den stationären Fall in Zylinderkoordinaten

$$(5.11) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v_r) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = 0$$

lautet. Diese Gleichung wird durch Einführen einer Stromfunktion Ψ mit

$$(5.12\,a) \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = r \rho v_r$$

$$(5.12\,b) \quad \frac{\partial \Psi}{\partial r} = -r \rho v_z$$

erfüllt. Auf diese Weise lassen sich die beiden Differentialgleichungen (5.9) und (5.11) zu einer Differentialgleichung 4. Ordnung für die Stromfunktion Ψ zusammenfassen. Durch Ausrechnen der linken Seite von Gleichung (5.9) erhält man zunächst

(5.13) $\text{rot rot rot } \vec{v} =$

$$\left\{ \left(-\frac{\partial^3}{\partial z^3} - \frac{\partial^3}{\partial r^2 \partial z} - \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial z} \right) v_r \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\partial^3}{\partial r^3} + \frac{\partial^3}{\partial r \partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r} \right) v_z \right\} \vec{e}_\phi$$

Nach (5.12) sind die Geschwindigkeitskomponenten definiert als

(5.14 a) $$v_r = \frac{1}{r\rho}\frac{\partial \Psi}{\partial z}$$

(5.14 b) $$v_z = -\frac{1}{r\rho}\frac{\partial \Psi}{\partial r}$$

Durch Einsetzen von (5.14) in (5.13) ergibt sich folgende Differentialgleichung für Ψ

(5.15) $$\sum_{i,j} a_{ij}(\rho) \frac{\partial^{i+j}}{\partial r^i \partial z^j} \Psi = \frac{r\rho g}{\eta}\frac{\partial \rho}{\partial r}$$

mit $0 \leq i \leq 4$
$0 \leq j \leq 4$
$1 \leq i+j \leq 4$

Die von 0 verschiedenen Koeffizienten a_{ij} lauten

(5.16 a) $$a_{10} = \frac{\rho_{rzz}}{\rho} + \frac{\rho_{rrr}}{\rho} - \frac{2\rho_{zz}\rho_r}{\rho^2} - \frac{4\rho_{rz}\rho_z}{\rho^2} - \frac{6\rho_{rr}\rho_r}{\rho^2}$$

$$- \frac{\rho_{zz}}{r\rho} - \frac{2\rho_{rr}}{r\rho} + \frac{6\rho_r\rho_z^2}{\rho^3} + \frac{6\rho_r^3}{\rho^3} + \frac{2\rho_z^2}{r\rho^2}$$

$$+ \frac{4\rho_r^2}{r\rho^2} + \frac{3\rho_r}{r^2\rho} + \frac{3}{r^3}$$

(5.16 b) $$a_{01} = \frac{\rho_{zzz}}{\rho} + \frac{\rho_{rrz}}{\rho} - \frac{6\rho_{zz}\rho_z}{\rho^2} - \frac{4\rho_{rz}\rho_r}{\rho^2} - \frac{2\rho_{rr}\rho_z}{\rho^2}$$

$$- \frac{\rho_{rz}}{r\rho} + \frac{6\rho_r^2\rho_z}{\rho^3} + \frac{2\rho_r\rho_z}{r\rho^2} + \frac{6\rho_z^3}{\rho^3}$$

(5.16 c) $$a_{20} = \frac{\rho_{zz}}{\rho} + \frac{3\rho_{rr}}{\rho} - \frac{2\rho_z^2}{\rho^2} - \frac{6\rho_r^2}{\rho^2} - \frac{4\rho_r}{r\rho} - \frac{3}{r^2}$$

(5.16 d) $$a_{11} = \frac{4\rho_{rz}}{\rho} - \frac{8\rho_r\rho_z}{\rho^2} - \frac{3\rho_z}{r\rho}$$

(5.16 e) $$a_{02} = \frac{3\rho_{zz}}{\rho} + \frac{\rho_{rr}}{\rho} - \frac{6\rho_z^2}{\rho^2} - \frac{2\rho_r^2}{\rho^2} - \frac{\rho_r}{r\rho}$$

(5.16 f) $a_{30} = a_{12} = \frac{3\rho_r}{\rho} + \frac{2}{r}$

(5.16 g) $a_{21} = a_{03} = \frac{3\rho_z}{\rho}$

(5.16 h) $a_{40} = a_{04} = -1$

(5.16 i) $a_{22} = -2$

Dabei bedeuten (Index z und gemischte Ableitungen entsprechend)

$$\rho_r = \frac{\partial \rho}{\partial r} \qquad \rho_{rr} = \frac{\partial^2 \rho}{\partial r^2} \qquad \rho_{rrr} = \frac{\partial^3 \rho}{\partial r^3}$$

5.1.2 Die Randbedingungen

Zur Lösung der zweidimensionalen Differentialgleichung 4. Ordnung (5.15) müssen 8 Randbedingungen bekannt sein. Ein Rand des Gebietes, in dem die Differentialgleichung gelöst werden soll, ist die Symmetrieachse (z-Achse). Dort lauten die Randbedingungen für die Stromfunktion Ψ wegen r = 0 nach (5.12)

(5.17 a) $\frac{\partial \Psi}{\partial r} = 0$

(5.17 b) $\frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0$

Die übrigen drei Ränder sind Kammerwand (r = R), Boden (z = 0) und Deckel (z = L), siehe Abb. 5.1. An diesen begrenzenden festen Wänden haftet das zähe Medium, wodurch Normal- und Tangentialkomponente der Geschwindigkeit dort

zu Null werden. In dem hier verwendeten Koordinatensystem bedeutet dies

(5.18 a) $v_r = 0$

(5.18 b) $v_z = 0$

Mit Gleichung (5.12) erhält man damit als Randbedingungen für die Stromfunktion Ψ bei r = R, z = 0 und z = L

(5.19 a) $\frac{\partial \Psi}{\partial r} = 0$

(5.19 b) $\frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0$

Mit diesen Randbedingungen ist die Lösung der Differentialgleichung bis auf einen konstanten Wert Ψ_o bestimmt. Da Ψ_o die Rolle einer Integrationskonstante spielt und bei der Berechnung der Geschwindigkeiten durch Ableiten der Ψ-Funktion ohne Bedeutung ist, wird der Einfachheit halber

(5.20) $\Psi_o = 0$

gewählt. Damit erhält man für z = 0 und z = L die Randbedingungen

(5.21) $\Psi = 0$

(5.22) $\frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0$

Bei r = 0 und r = R lauten die Randbedingungen

(5.23) $\Psi = 0$

(5.24) $\frac{\partial \Psi}{\partial r} = 0$

Mit (5.21) - (5.24) ist das Strömungsproblem vollständig bestimmt .

5.1.3 Das Differenzenverfahren zur Lösung von Differentialgleichungen

Die Differentialgleichung (5.15), welche das Strömungsfeld beschreibt, ist analytisch nicht lösbar. Mit Hilfe eines Differenzenverfahrens ist jedoch eine näherungsweise Lösung möglich. Bei dieser Methode werden die im Operator und in den Randbedingungen auftretenden Ableitungen der Stromfunktion Ψ durch endliche Differenzenquotienten angenähert (Diskretisierung). Dazu wird das Gebiet, in welchem die Differentialgleichung gelöst werden soll, durch ein Raster unterteilt (Abb. 5.2).

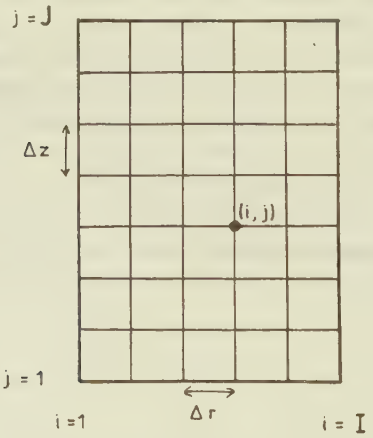


Abb. 5.2 Unterteilung für die Diskretisierung

Die Diskretisierungsformeln erhält man durch Entwickeln der Funktion f an jeder Stützstelle x_i in eine Taylorreihe.

$$(5.25) \quad f(x_i) = \sum_{n=0}^{N} \frac{(x_i - x_o)^n}{n!} f^{(n)}(x_o)$$

Durch Lösen des Gleichungssystems, das durch die Taylorentwicklung der Funktion an N+1 benachberten Stützstellen entsteht, lassen sich die Ableitungen der Funktion an der Stelle x_o bis zur N-ten Ordnung aus den Funktionswerten an den benachbarten Stützstellen $f(x_i)$ und dem Abstand der Stützstellen $(x_i - x_o)$ berechnen. Als Beispiel seien die Diskretisierungsformeln für die Ableitungen einer Funktion f(x) unter Verwendung von drei äquidistanten Stützstellen x_1, x_2, x_3 im Abstand Δx erwähnt.

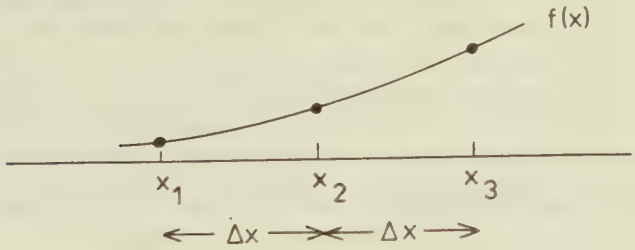


Abb. 5.3 Lage der Stützstellen für die Diskretisierungsformeln (5.26) - (5.29)

$$(5.26) \quad \frac{\partial f}{\partial x}(x_1) = \frac{-3f(x_1) + 4f(x_2) - f(x_3)}{2\Delta x}$$

$$(5.27) \quad \frac{\partial f}{\partial x}(x_2) = \frac{f(x_3) - f(x_1)}{2\Delta x}$$

$$(5.28)\qquad \frac{\partial f}{\partial x}(x_3) = \frac{f(x_1) - 4f(x_2) + 3f(x_3)}{2\Delta x}$$

$$(5.29)\qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x_i) = \frac{f(x_1) - 2f(x_2) + f(x_3)}{\Delta x^2} \qquad i = 1,2,3$$

Die Diskretisierung von gemischten Ableitungen erfolgt durch sukzessives Anwenden der entsprechenden Diskretisierungsformeln für die Funktion einer Variablen, wie im folgenden Beispiel gezeigt wird:

$$(5.30)\qquad \frac{\partial^3 f}{\partial x^2 \partial y}(x_2,y_2) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\,\frac{f(x_2,y_3) - f(x_2,y_1)}{2\Delta y}$$

$$= \frac{f(x_1,y_3) - 2f(x_2,y_3) + f(x_3,y_3)}{\Delta x^2 \cdot 2\Delta y}$$

$$- \frac{f(x_1,y_1) - 2f(x_2,y_1) + f(x_3,y_1)}{\Delta x^2 \cdot 2\Delta y}$$

In y-Richtung wurden dabei ebenfalls drei äquidistante Stützstellen y_1, y_2, y_3 im Abstand Δy gewählt.

Es empfiehlt sich zur Verbesserung der Genauigkeit bei der Berechnung der Diskretisierungsformeln für eine Ableitung mehr Punkte als die Mindestanzahl zu verwenden. Für die Gleichung (5.15), in der Ableitungen 4. Ordnung auftreten, bedeutet dies, daß mindestens fünf Punkte, besser aber sieben Punkte zur Diskretisierung herangezogen werden.

Aus den Beispielen (5.26) - (5.30) für eine drei-Punkte-Diskretisierung wird offensichtlich, daß die Diskretisierungsformeln für einen zweidimensionalen Operator bei

Verwendung von jeweils sieben Punkten sehr umfangreich werden. Wenn die Stützstellen nicht äquidistant gewählt werden, was meistens erforderlich ist, treten bei der Taylorentwicklung mehrere Δx- und Δy-Werte auf, wodurch die Formeln für die Ableitungen noch stärker verkompliziert werden. Aus diesen Gründen ist es nicht sinnvoll, die Diskretisierungsformeln bei dem hier vorliegenden Problem explizit auszurechnen und hier anzugeben.

Durch die Diskretisierung des Operators (5.15) und der Randbedingungen (5.21) - (5.25) mit dem hier erläuterten Verfahren erhält man ein lineares Gleichungssystem für die gesuchte Funktion $\Psi(r,z)$ an den Stützstellen (r_i,z_j). Dieses Gleichungssystem besteht aus $I \cdot J$ Gleichungen, wobei I die Anzahl der Stützstellen in r-Richtung und J die Anzahl der Stützstellen in z-Richtung bedeutet.

Zum besseren Verständnis wird die Lösung dieses Gleichungssystems zunächst für den einfachsten Fall einer drei-Punkte-Diskretisierung, mit der eine Differentialgleichung 2. Ordnung gelöst werden kann, ausführlich erläutert. Da für diesen Fall die Randbedingungen höchstens Ableitungen 1. Ordnung enthalten dürfen, genügt an den Rändern eine zwei-Punkte-Diskretisierung. Das Gleichungssystem ist schematisch in Abb. 5.4 dargestellt.

$$\begin{pmatrix} A1 & A2 & 0 & 0 & 0 \\ B1 & B2 & B3 & 0 & 0 \\ 0 & B1 & B2 & B3 & 0 \\ 0 & 0 & B1 & B2 & B3 \\ 0 & 0 & 0 & C1 & C2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w(1) \\ w(2) \\ w(i) \\ w(I-1) \\ w(I) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ b \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

Abb. 5.4 Das lineare Gleichungssystem für eine Differentialgleichung 2. Ordnung

In den A - und C - Matrizen sind die Randbedingungen für $r = 0$ $(i = 1)$ und $r = R$ $(i = I)$ enthalten; der Operator geht in die B - Matrizen ein, wobei in der ersten und letzten Zeile der B - Matrizen die Randbedingungen bei $z = 0$ $(j = 1)$ und $z = L$ $(j = J)$ stehen. Wie man sieht, besitzt die Koeffizientenmatrix eine Bandstruktur: nur die Elemente in der Hauptdiagonale und die rechts und links daneben liegenden Elemente sind von Null verschieden. Die Lösung dieses Gleichungssystems erfolgt mit Hilfe eines Rekursionsverfahrens /67/, welches die Bandstruktur der Koeffizientenmatrix ausnützt.

Zur Lösung des Gleichungssystems

$$A1 \cdot w(1) + A2 \cdot w(2) = a \tag{5.31}$$

$$B1 \cdot w(i-1) + B2 \cdot w(i) + B3 \cdot w(i+1) = b \quad , i=2,\ldots,I-1 \tag{5.32}$$

$$C1 \cdot w(I-1) + C2 \cdot w(I) = c \tag{5.33}$$

macht man den folgenden Ansatz für $i = 1,\ldots,I-1$

$$w(i) = P(i) \cdot w(i+1) + q(i) \tag{5.34}$$

Dabei ist w(i) ein Vektor, in welchem die gesuchte Funktion ω an den Stützstellen j mit $j = 1,\ldots,J$ zusammengefaßt ist.

$$w(i) = \{\omega(i,1),\ldots,\omega(i,j),\ldots,\omega(i,J)\} \tag{5.35}$$

Mit $i = 1$ folgt durch Koeffizientenvergleich aus (5.31)

$$A1 \cdot P(1) = -A2 \tag{5.36 a}$$

$$A1 \cdot q(1) = a \tag{5.36 b}$$

Damit sind P(1) und q(1) bekannt.

Aus (5.32) lassen sich dann unter Verwendung des Ansatzes für i-1 und i P(i) und q(i) für i = 2,...,I-1 berechnen.

(5.37) $w(i-1) = P(i-1)\cdot w(i) + q(i-1)$

Damit folgt aus (5.32) zunächst

(5.38) $B1\cdot P(i-1)\cdot w(i) + B1\cdot q(i-1) + B2\cdot w(i) + B3\cdot w(i+1) = b$

(5.38') $\{B1\cdot P(i-1) + B2\}\cdot w(i) + B3\cdot w(i+1) = b - B1\cdot q(i-1)$

(5.39) $\{B1\cdot P(i-1) + B2\}\cdot P(i)\cdot w(i+1)$
$+ \{B1\cdot P(i-1) + B2\}\cdot q(i) + B3\cdot w(i+1) = b - B1\cdot q(i-1)$

(5.39') $[\{B1\cdot P(i-1) + B2\}\cdot P(i) + B3]\cdot w(i+1)$
$= b - B1\cdot q(i-1) - \{B1\cdot P(i-1) + B2\}\cdot q(i)$

Durch Koeffizientenvergleich folgen P(i) und q(i).

(5.40 a) $\{B1\cdot P(i-1) + B2\}\cdot P(i) = -B3$

(5.40 b) $\{B1\cdot P(i-1) + B2\}\cdot q(i) = b - B1\cdot q(i-1)$

Aus Gleichung (5.33) läßt sich unter Verwendung des Ansatzes für w(I-1) w(I) direkt berechnen.

(5.41) $C1\cdot P(I-1)\cdot w(I) + C1\cdot q(I-1) + C2\cdot w(I) = c$

(5.42) $\{C1\cdot P(I-1) + C2\}\cdot w(I) = c - C1\cdot q(I-1)$

Nachdem aus (5.40) alle P(i) und q(i) für i = 1,...,I-1 bekannt sind, lassen sich aus dem Ansatz (5.34) rekursiv die gesuchten Größen w(i) für i = I-1,...,1 berechnen.

Durch Erweiterung des Ansatzes (5.34) lassen sich auch Gleichungssysteme, die durch die Diskretisierung von Differentialgleichungen höherer Ordnung entstehen, mit einem Rekursionsverfahren lösen.

Wurden zur Diskretisierung in r- und z-Richtung jeweils fünf benachberte Gitterpunkte verwendet, erhält man das folgende Gleichungssystem.

(5.43) $A1 \cdot w(1)+A2 \cdot w(2)+A3 \cdot w(3) = a$

(5.44) $B1 \cdot w(1)+B2 \cdot w(2)+B3 \cdot w(3)+B4 \cdot w(4) = b$

(5.45) $C1 \cdot w(i-2)+C2 \cdot w(i-1)+C3 \cdot w(i)+C4 \cdot w(i+1)+C5 \cdot w(i+2) = c$

(5.46) $D1 \cdot w(I-3)+D2 \cdot w(I-2)+D3 \cdot w(I-1)+D4 \cdot w(I) = d$

(5.47) $E1 \cdot w(I-2)+E2 \cdot w(I-1)+E3 \cdot w(I) = e$

Dieses Gleichungssystem wird mit dem Ansatz

(5.48) $w(i) = P1(i) \cdot w(i+1)+P2(i) \cdot w(i+2)+q(i)$

in analoger Weise gelöst.
Die Hilfsmatrizen P1(1), P2(1) und q(1) berechnen sich aus (5.43) zu

(5.49 a) $A1 \cdot P1(1) = -A2$

(5.49 b) $A1 \cdot P2(1) = -A3$

(5.49 c) $A1 \cdot q(1) = a$

Aus Gleichung (5.44) folgt

(5.50 a) $Q \cdot P1(2) = -R$

(5.50 b) $Q \cdot P2(2) = -B4$

(5.50 c) $Q \cdot q(2) = b - B1 \cdot q(1)$

mit

(5.50 d) $Q = B1 \cdot P1(1) + B2$

(5.50 e) $R = B1 \cdot P2(1) + B3$

Für P1(i), P2(i) und q(i) erhält man für i = 3,...,I-2 aus Gleichung (5.45)

(5.51 a) $S \cdot P1(i) = -T$

(5.51 b) $S \cdot P2(i) = -C5$

(5.51 c) $S \cdot q(i) = c - C1 \cdot q(i-2) - Q \cdot q(i-1)$

mit

(5.51 d) $Q = C1 \cdot P1(i-2) + C2$

(5.51 e) $R = C1 \cdot P2(i-2) + C3$

(5.51 f) $S = Q \cdot P1(i-1) + R$

(5.51 g) $T = Q \cdot P2(i-1) + C4$

Die Gleichungen (5.46) und (5.47) werden unter Verwendung des Ansatzes für i = I-3 und i = I-2 simultan gelöst, wodurch man sofort die gesuchten Lösungen w(I-1) und w(I) erhält

(5.52 a) $S \cdot w(I-1) + T \cdot w(I) = d - Q \cdot q(I-2) - D1 \cdot q(I-3)$

(5.52 b) $Q \cdot w(I-1) + R \cdot w(I) = e - E1 \cdot q(I-2)$

mit

(5.52 c) $Q = E1 \cdot P1(I-2) + E2$

(5.52 d) $R = E1 \cdot P2(I-2) + E3$

(5.52 e) $S = \{D1 \cdot P1(I-3) + D2\} \cdot P1(I-2) + D1 \cdot P2(I-3) + D3$

(5.52 f) $T = \{D1 \cdot P1(I-3) + D2\} \cdot P2(I-2) + D4$

Hier wird deutlich, daß der Rechenaufwand durch die Erhöhung der Anzahl der zur Diskretisierung verwendeten Punkte stark anwächst.

Bei einer sieben-Punkte-Diskretisierung soll daher an dieser Stelle auf die ausführliche Darstellung des Rekursionsverfahrens verzichtet werden. Das zu lösende Gleichungssystem lautet in diesem Fall

(5.53) $A1 \cdot w(1)+A2 \cdot w(2)+A3 \cdot w(3)+A4 \cdot w(4) = a$

(5.54) $B1 \cdot w(1)+B2 \cdot w(2)+B3 \cdot w(3)+B4 \cdot w(4)+B5 \cdot w(5) = b$

(5.55) $C1 \cdot w(1)+C2 \cdot w(2)+C3 \cdot w(3)+C4 \cdot w(4)+C5 \cdot w(5)+C6 \cdot w(6) = c$

(5.56) $D1 \cdot w(i-3)+D2 \cdot w(i-2)+D3 \cdot w(i-1)+D4 \cdot w(i)+D5 \cdot w(i+1)$
$+D6 \cdot w(i+2)+D7 \cdot w(i+3) = d$

(5.57) $E1 \cdot w(I-5)+E2 \cdot w(I-4)+E3 \cdot w(I-3)+E4 \cdot w(I-2)+E5 \cdot w(I-1)$
$+E6 \cdot w(I) = e$

(5.58) $F1 \cdot w(I-4)+F2 \cdot w(I-3)+F3 \cdot w(I-2)+F4 \cdot w(I-1)+F5 \cdot w(I) = f$

(5.59) $G1 \cdot w(I-3)+G2 \cdot w(I-2)+G3 \cdot w(I-1)+G4 \cdot w(I) = g$

Der Lösungsansatz muß dafür erweitert werden zu

(5.60) $w(i) = P1(i) \cdot w(i+1)+P2(i) \cdot w(i+2)+P3(i) \cdot w(i+3)+q(i)$

5.1.4 Berechnung des Strömungsfeldes mit der linearisierten Navier-Stokes-Gleichung

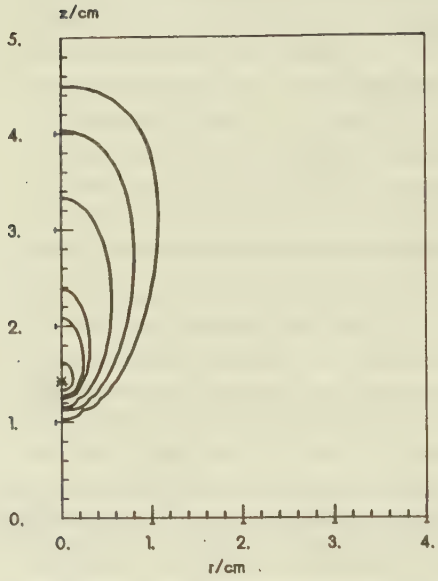
Zunächst wurde das Strömungsfeld mit der linearisierten Navier-Stokes-Gleichung, in welcher der Term $(\vec{v}\cdot\mathrm{grad})\vec{v}$ vernachlässigt wurde, berechnet. Dazu wurde unter Berücksichtigung der Randbedingungen (5.21) - (5.24) aus der Differentialgleichung (5.15) die Stromfunktion Ψ mit dem in Kapitel 5.1.3 beschriebenen Differenzenverfahren bestimmt.

In der Gleichung (5.15) treten neben der Stromfunktion Ψ als weitere Unbekannte die räumliche Verteilung der Dichte $\rho(r,z)$ und der Viskosität η, sowie der Dichtegradient in radialer Richtung $\partial\rho/\partial r$ auf. Zusätzlich enthalten die Koeffizienten a_{ij} die Dichte entweder direkt oder in Form ihrer Ableitungen. Daher bietet es sich an, in erster Näherung eine Dichteverteilung vorzugeben, aus der dann sämtliche erforderlichen Ableitungen bestimmt werden können.

Die mit dem Modell A /44/, welches in Kapitel 6.2 kurz erläutert wird, berechnete Temperaturverteilung stimmt gut mit den Ergebnissen von interferometrischen Messungen /30/ überein. Aus dieser Temperaturverteilung läßt sich mit Hilfe der idealen Gasgleichung eine Dichteverteilung berechnen, welche dann den folgenden Rechnungen zugrunde gelegt wurde. In Abb. 5.5 ist das mit dem Modell A berechnete Temperaturfeld dargestellt. Da in dem Modell keine begrenzenden Wände vorhanden sind, liefert die Rechnung zunächst kein geschlossenes Isothermenfeld. Um dennoch die Randbedingung konstanter Temperatur entlang der Kammerwände zu erfüllen, wird das Temperaturfeld oberhalb des Temperaturmaximums mit der Gleichung

$$(5.61)\qquad T(r,z) = T_W + \left(T_M(r,z) - T_W\right) \cdot \left(1 - \frac{z - z(T_{max})}{L - z(T_{max})}\right)^2$$

berechnet. $T_M(r,z)$ ist die mit dem Modell bestimmte Temperaturverteilung, T_W ist die Wandtemperatur, L die Kammerhöhe.



Temperaturfeld

Parameter

T_{Wand}	=	470. K	
T_{max}	=	14939. K	(X)
v_∞	=	1.6	cm/s
R_{Kugel}	=	0.075	cm
l_0	=	0.12	cm

Isothermen

10000. K	5000. K
3000. K	1000. K
600. K	500. K

Abb. 5.5 Das mit dem Modell A berechnete Temperaturfeld

Die Viskosität η ist aufgrund ihrer Temperaturabhängigkeit in der Kammer nicht konstant. Da sich die Viskosität jedoch nur mit $\sqrt{T}$ ändert /68/, ist die Annahme konstanter Viskosität in der Herleitung von (5.15) gerechtfertigt. In der numerischen Berechnung des Quellterms $(r\rho g/\eta)\cdot(\partial\rho/\partial r)$ wird die Viskosität jedoch temperatur- und damit ortsabhängig betrachtet.

Die Rechnungen wurden für 5 bar Argon mit den Kammerdimensionen des Experiments (R = 4 cm, L = 5 cm) und einer Brennweite des Fokussierspiegels von 1.5 cm durchgeführt.

Für die Diskretisierung der Ableitungen wurde zunächst eine fünf-Punkte-Diskretisierung verwendet. Bei den Rechnungen wurde die Anzahl der Stützstellen in r- und z-Richtung jeweils zwischen 21 und 41 variiert, die Gitterpunkte wurden äquidistant gewählt. Dabei zeigte sich, daß je nach Lage der Stützstellen neben oder unterhalb des Plasmas ein Wirbel auftrat, welcher sich entgegengesetzt zur erwarteten Strömungsrichtung, wie sie in Abb. 5.1 skizziert ist, bewegt. Ein Beispiel ist in Abb. 5.6 gegeben.

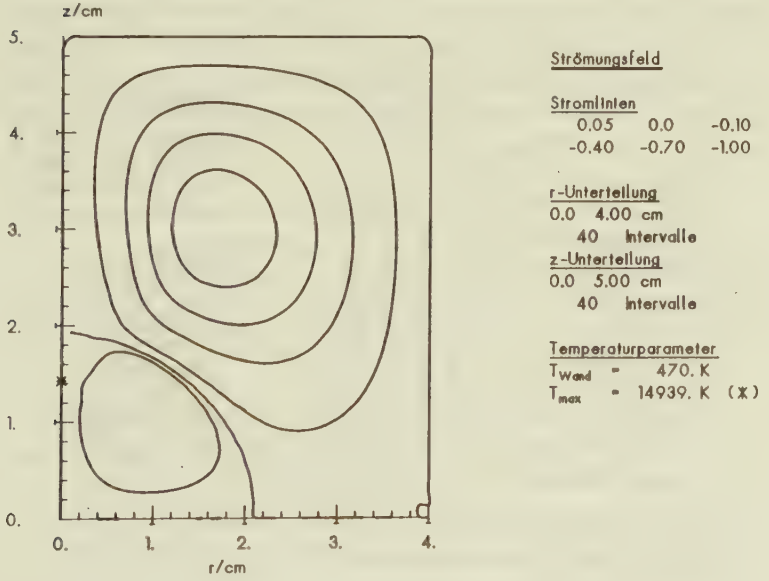


Abb. 5.6 Berechnetes Strömungsfeld bei nicht angepaßter Wahl der Stützstellen

Da dieser Effekt in Plasmanähe, wo große Temperatur- und Dichteänderungen vorhanden sind (Abb. 5.5), auftritt, ist offensichtlich der Abstand zwischen den Stützstellen, d.h. die Intervalle, zu groß, um den starken Gradienten Rech-

nung zu tragen. Anstatt die Gesamtanzahl der Stützstellen zu vergrößern, was eine längere Rechenzeit und erhöhten Speicherbedarf zur Folge hätte, ist es günstiger, mit einem variablen Stützstellenabstand zu rechnen. Da beim halben Kammerradius die Wandtemperatur fast erreicht ist, wurden 30 Intervalle in radialer Richtung zwischen r = 0 cm und r = 2 cm gewählt; für das Gebiet zwischen r = 2 cm und r = R = 4 cm, wo keine Gradienten auftreten genügen 10 Intervalle. Das mit einer solchen Unterteilung resultierende Stromlinienfeld ist in Abb. 5.7 dargestellt.

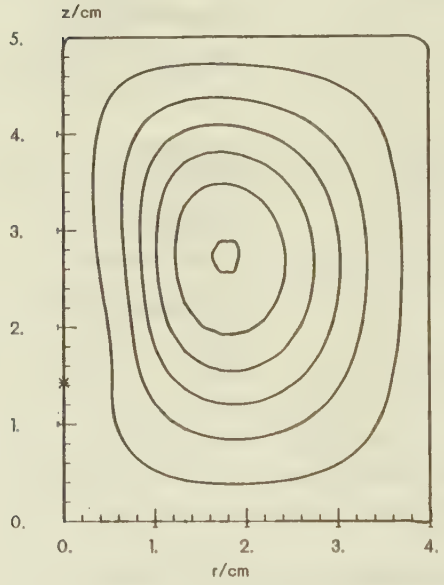


Abb. 5.7 Berechnetes Strömungsfeld bei angepaßter Wahl der Stützstellen

Der gegenläufige Wirbel ist nun völlig verschwunden. Die leichte Deformation der Stromlinien in Plasmanähe weist auf die Umströmung des heißen Plasmas hin, welche aufgrund der Messungen zu erwarten ist. An dieser Stelle tritt klar hervor, daß die Wahl der Stützstellen bzw. der Intervallgröße stets so erfolgen muß, daß die physikalischen Gegebenheiten hinreichend berücksichtigt werden. Allerdings tritt die Bedeutung des den physikalischen Voraussetzungen angepaßten Gitters etwas in den Hintergrund, wenn die Anzahl der zur Diskretisierung herangezogenen Punkte vergrößert wird. Bei Verwendung einer sieben-Punkte-Diskretisierung ist beispielsweise bei jeweils 41 äquidistant gewählten Stützstellen in r- und z-Richtung kein Gegenwirbel vorhanden (Abb. 5.8).

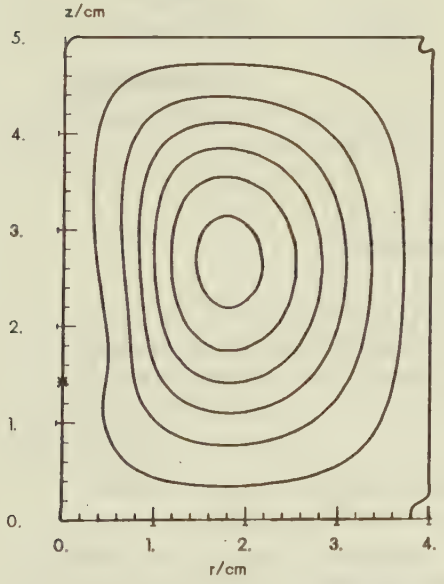


Abb. 5.8 Berechnetes Strömungsfeld bei einer sieben-Punkte-Diskretisierung

Bei Verwendung der Unterteilung, die bei der fünf-Punkte-Diskretisierung das richtige Stromlinienprofil (Abb. 5.7) liefert, sieht man bei der sieben-Punkte-Diskretisierung außerdem noch sehr deutlich die Umströmung des Plasmas: die Stromlinie mit $\Psi = 0$ führt um den heißen Kern herum. (Abb. 5.9).

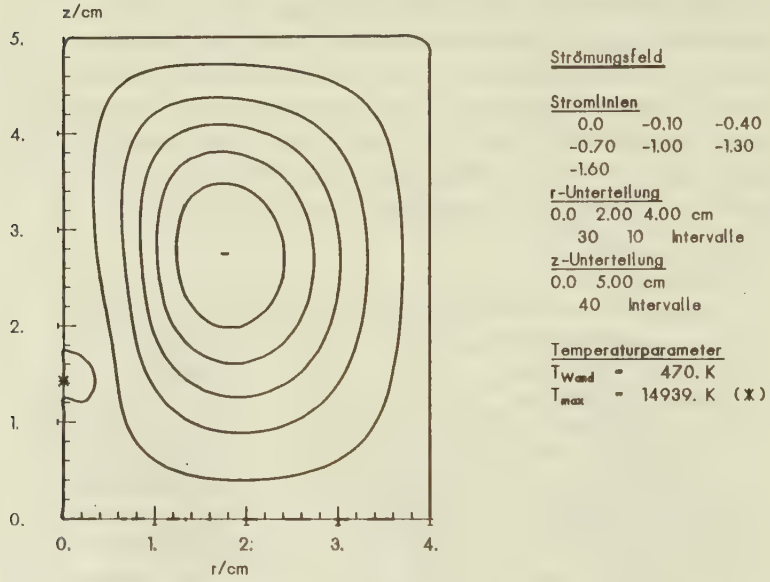


Abb. 5.9 Berechnetes Strömungsfeld mit einer sieben-Punkte-Diskretisierung und angepaßter Wahl der Stützstellen

Das Stromlinienfeld stimmt qualitativ gut mit den Messungen überein; ein Vergleich der daraus berechneten Geschwindigkeiten mit den gemessenen Daten zeigt jedoch, daß die theoretischen Werte unterhalb des Plasmas (nur dort konnten Messungen durchgeführt werden) um einen Faktor 5 bis 10 zu groß sind.

Aus Gleichung (5.9) folgt sofort, daß eine Verringerung der Geschwindigkeiten um einen bestimmten Faktor gleichbedeutend ist mit einer um diesen Faktor erhöhten Viskosität. Es ist bekannt, daß man zur Berechnung einer turbulenten Strömung häufig eine sogenannte "turbulente Viskosität" einführt, die sich größenordnungsmäßig deutlich von den normalen Viskositätswerten unterscheidet. Somit ist dieses Resultat ein Hinweis darauf, daß es sich bei dem hier diskutierten Strömungsproblem um eine turbulente Strömung handelt. Eine Unterstützung dieser Vermutung wird durch die Abschätzung der Rayleighzahl Ra geliefert, die für Strömungen mit natürlicher Konvektion wesentlich ist.

Die Rayleighzahl ist gegeben durch

$$(5.62) \qquad Ra = \rho^2 \cdot g \cdot D^3 \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot Pr / \mu^2$$

ρ : Dichte
g : Erdbeschleunigung
D : typische Gefäßabmessung
β : $-1/\rho \cdot \partial\rho/\partial T$
ΔT : Temperaturdifferenz
Pr : $\mu \cdot c_p/\kappa$ Prandtl-Zahl mit
c_p spezifische Wärmekapazität
κ Wärmeleitfähigkeit
μ : dynamische Viskosität

Eine laminare Strömung ist dadurch charakterisiert, daß die Bedingung

$$Ra < 10^6$$

erfüllt ist. Für die optische Entladung in 5 bar Argon ergibt sich für die Rayleighzahl ein Wert von $2 \cdot 10^6$; die Strömung ist also turbulent.

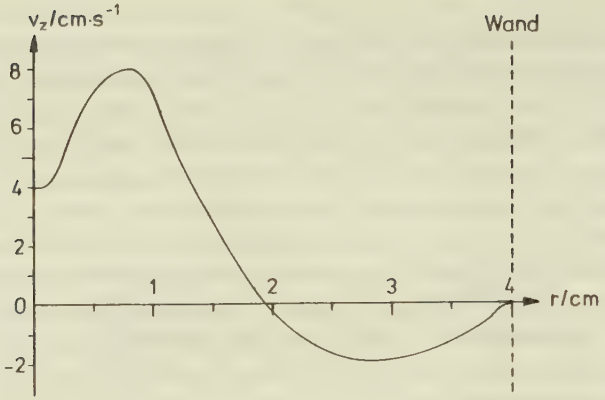


Abb. 5.10 Radialer Verlauf der berechneten Strömungsgeschwindigkeit 6 mm unterhalb des Fokus

In Abb. 5.10 ist der berechnete radiale Verlauf der vertikalen Geschwindigkeitskomponente v_z unterhalb des Plasmas dargestellt, wenn eine zehnfach erhöhte Viskosität vorausgesetzt wird. In der Symmetrieachse tritt ein ausgeprägtes Minimum auf, das in dieser Deutlichkeit bei den Messungen nicht beobachtet wurde. Die Größenordnung der berechneten Geschwindigkeit stimmt jedoch gut mit den Messungen überein (vgl. Abb. 4.9). Ebenso wird die Umkehr der Strömungsrichtung bei r ≈ 2 cm und die geringere Rückströmgeschwindigkeit von den Rechnungen richtig wiedergegeben. Berücksichtigt man ferner, daß dieses Strömungsprofil unter Voraussetzung eines Modells für die Temperatur- bzw. Dichteverteilung berechnet wurde, so kann man insgesamt von einer guten Übereinstimmung zwischen gemessenem und berechnetem Strömungsfeld sprechen.

5.1.5 Berechnung des Strömungsfeldes mit Berücksichtigung des nichtlinearen Terms

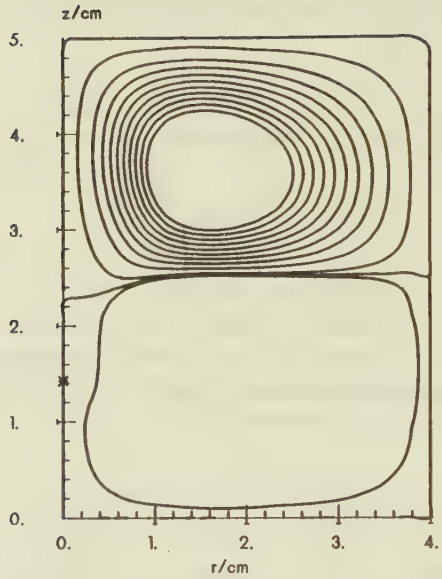
Verzichtet man in Kapitel 5.1.1 auf die Näherung $(\vec{v}\cdot\mathrm{grad})\vec{v} \approx 0$, so erhält man anstelle von Gleichung (5.9)

$$\text{(5.63)} \qquad \mathrm{rot\ rot\ rot}\ \vec{v} + \frac{1}{\eta}\,\mathrm{rot}(\rho(\vec{v}\cdot\mathrm{grad})\vec{v}) = \frac{g}{\eta}\frac{\partial\rho}{\partial r}\,\vec{e}_\phi$$

Eine Möglichkeit zur Berücksichtigung des zusätzlich auftretenden Terms $\mathrm{rot}(\rho(\vec{v}\cdot\mathrm{grad})\vec{v})$ besteht darin, diesen als Korrekturterm zu betrachten, und zu dessen Berechnung die sich in nullter Näherung ergebenden Geschwindigkeiten $\vec{v}_o(r,z)$ aus Kapitel 5.1.4 zu verwenden:

$$\text{(5.64)} \qquad \mathrm{rot\ rot\ rot}\ \vec{v} = \frac{g}{\eta}\frac{\partial\rho}{\partial r}\,\vec{e}_\phi - \frac{1}{\eta}\,\mathrm{rot}(\rho(\vec{v}_o\cdot\mathrm{grad})\vec{v}_o)$$

Das Ergebnis einer solchen Rechnung, wobei die Geschwindigkeiten $\vec{v}_o$ um einen Faktor 10 reduziert wurden, ist in Abb. 5.11 dargestellt. Der Wirbel, welcher sich in der linearisierten Näherung über die gesamte Kammer erstreckt, befindet sich jetzt in der oberen Kammerhälfte, im unteren Teil der Kammer ist ein entgegengesetzt gerichteter Wirbel vorhanden. Durch stärkeres Verringern von $\vec{v}_o$ nimmt dieser Wirbel jedoch ab und wird nach unten gedrückt, bis man schließlich bei Verwendung von $\vec{v}_o/30$ zur Berechnung des Korrekturfaktors ein Strömungsfeld erhält, wie es in Abb. 5.12 gezeigt wird. Gegenüber der nullten Näherung ist der Wirbel jetzt nur wenig nach oben geschoben. Bei noch stärkerer Reduzierung der Geschwindigkeiten ist schließlich die Bedingung $(\vec{v}_o\cdot\mathrm{grad})\vec{v}_o \approx 0$ erfüllt.



Strömungsfeld
$\vec{v}_o$/ 10 in Korrekturterm

Stromlinien

0.05	0.0	-0.10
-0.40	-0.70	-1.00
-1.30	-1.60	-1.90
-2.20	-2.50	-2.80

r-Unterteilung
0.0 2.00 4.00 cm
30 10 Intervalle
z-Unterteilung
0.0 5.00 cm
40 Intervalle

Temperaturparameter
T_{Wand} = 470. K
T_{max} = 14939. K (X)

Abb. 5.11 Berechnetes Strömungsfeld mit $\vec{v}_o/10$ im Korrekturterm

Es wurden noch weitere Möglichkeiten untersucht, in dem Term $\text{rot}\,(\rho(\vec{v}\cdot\text{grad})\vec{v})$ die mit der Linearisierung berechneten Geschwindigkeiten in anderer Weise zu berücksichtigen. Neben der Tatsache, daß Ansätze der Art

$$(5.65)\qquad (\vec{v}\cdot\text{grad})\vec{v} = \varepsilon_1\cdot(\vec{v}_o\cdot\text{grad})\vec{v} + \varepsilon_2\cdot(\vec{v}\cdot\text{grad})\vec{v}_o + \varepsilon_3\cdot(\vec{v}_o\cdot\text{grad})\vec{v}_o$$

mit

$$0 \le \varepsilon_i \le 1 \quad ; \quad \sum \varepsilon_i \le 1$$

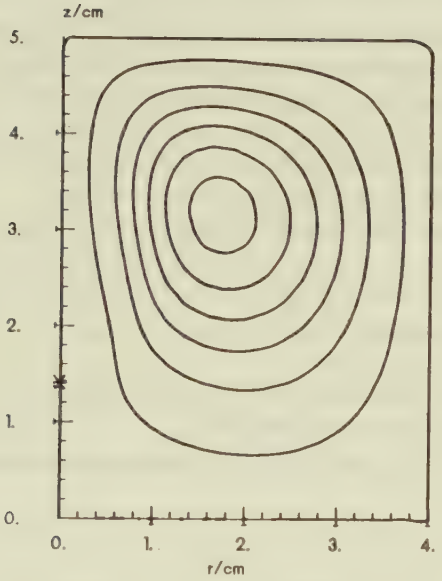


Abb. 5.12 Berechnetes Strömungsfeld mit $\vec{v}_o/30$ im Korrekturterm

bei der Berechnung von $\mathrm{rot}(\rho(\vec{v}\cdot\mathrm{grad})\vec{v})$ einen erheblichen Rechenaufwand mit sich bringen, war in den damit berechneten Stromlinienprofilen nur mit Mühe eine Systematik bei Veränderungen der Parameter ε_i zu erkennen. Eine physikalische Erklärung der Ergebnisse, wie sie für den Spezialfall $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = 0$, $\varepsilon_3 = 1$ gegeben werden kann, war für andere ε_i nicht möglich.

Auch Rechnungen, in denen das "upwind scheme" verwendet wurde (Kap. 6.3.2) brachten bisher keine zufriedenstellenden Ergebnisse.

5.2 Modelle zur Berechnung des Strömungsfeldes

Das hier zur Diskussion stehende Strömungsproblem kann auch im Rahmen von einfachen Modellen behandelt werden. Dies führt zu Differentialgleichungen, welche sich im Gegensatz zu Gleichung (5.15) analytisch lösen lassen. Die mit solchen Modellvorstellungen gewonnenen Ergebnisse liefern wichtige Erkenntnisse über das Verhalten der Strömung in der unmittelbaren Umgebung des Plasmas.

5.2.1 Die wirbel- und quellenfreie Lösung

Zur Beschreibung der Strömung in Plasmanähe werden folgende vereinfachende Annahmen gemacht:

1) Der Laserstrahl erzeugt eine um r = 0 kugelsymmetrische Dichteverteilung $\rho(r)$
2) Wandeffekte können vernachlässigt werden
3) In großer Entfernung vom Plasma ist die Strömung homogen

Aufgrund der Voraussetzung 1) wird das Problem in Kugelkoordinaten formuliert. Die Kontinuitätsgleichung (5.10) für den stationären Fall lautet dann

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 v_r \rho) + \frac{1}{r\cdot\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\cdot v_\theta \rho) = 0 \tag{5.66}$$

da die ϕ-Komponente der Geschwindigkeit entfällt.

$$\vec{v} = v_r \vec{e}_r + v_\theta \vec{e}_\theta \tag{5.67}$$

Die Gleichung (5.66) wird durch Einführen einer Stromfunktion Ψ mit

(5.68 a) $\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} = r^2 \cdot v_r \cdot \rho \cdot \sin\theta$

(5.68 b) $\frac{\partial \Psi}{\partial r} = -r \cdot v_\theta \cdot \rho \cdot \sin\theta$

erfüllt. Mit dem Separationsansatz

(5.69) $\Psi = \frac{1}{2} \rho_\infty v_\infty r^2 \cdot f(r) \cdot \sin^2\theta$

wobei ρ_∞ die Dichte und v_∞ die Geschwindigkeit im Unendlichen sind, folgt aus der Bedingung der Wirbelfreiheit

(5.70) $\text{rot } \vec{v} = 0$

eine Differentialgleichung für f(r)

(5.71) $f'' + \left(\frac{4}{r} - \frac{\rho'}{\rho}\right) \cdot f' - \frac{2}{r}\frac{\rho'}{\rho} \cdot f = 0$

welche bei bekannter Dichteverteilung $\rho(r)$ gelöst werden kann. Die gestrichenen Größen bedeuten Ableitungen nach r. Aus der Bedingung

(5.72) $v_\infty = \lim_{r \to \infty} v_z$

folgt nach dem Übergang von kartesischen Koordinaten (r,z) zu Kugelkoordinaten (r,θ) mittels

(5.73) $v_z = v_r \cos\theta - v_\theta \sin\theta$

unter Verwendung der Gleichungen (5.68) und (5.69)

(5.74) $v_\infty = \lim_{r \to \infty} \left(\frac{1}{2} v_\infty (2f + r \cdot f' \cdot \sin\theta)\right)$

Daraus erhält man als Randbedingungen für f

(5.75 a) $\lim_{r\to\infty} f = 1$

(5.75 b) $\lim_{r\to\infty} f' = 0$

Im folgenden wird die Dichteverteilung

(5.76 a) $\rho(r) = \rho_i$ für $0 \leq r \leq R$

(5.76 b) $\rho(r) = \rho_\infty$ für $R < r < \infty$

betrachtet. Die Differentialgleichung (5.71) vereinfacht sich für diesen Spezialfall zu

(5.77) $f'' + \frac{4}{r} f' = 0$

Mit der allgemeinen Lösung

(5.78) $f = C_1 + \frac{C_2}{r^3}$

folgt wegen der Stetigkeit von f bei r = 0 für die Stromfunktion Ψ_i im inneren Bereich ($0 \leq r \leq R$)

(5.79 a) $\Psi_i = \frac{1}{2} \rho_\infty v_\infty C_i \cdot r^2 \cdot \sin^2\theta$

und für die Stromfunktion Ψ_a im äußeren Bereich ($R < r < \infty$) unter Berücksichtigung von (5.75)

(5.79 b) $\Psi_a = \frac{1}{2} \rho_\infty v_\infty r^2 \cdot \sin^2\theta \cdot (1 + C_a/r^3)$

Damit gilt für die Geschwindigkeitskomponenten im inneren Bereich

(5.80 a) $v_{ri} = (\rho_\infty/\rho_i)C_i \cdot v_\infty \cos\theta$

(5.80 b) $v_{\theta i} = -(\rho_\infty/\rho_i)C_i \cdot v_\infty \sin\theta$

und im äußeren Bereich

(5.80 c) $v_{ra} = (1 + C_a/r^3) \cdot v_\infty \cos\theta$

(5.80 d) $v_{\theta i} = -(1 - C_a/2r^3) \cdot v_\infty \sin\theta$

Aus den Stetigkeitsbedingungen bei r = R

(5.81 a) $v_{\theta i} = v_{\theta a}$

und

(5.81 b) $\rho_i \cdot v_{ri} = \rho_\infty \cdot v_{ra}$

lassen sich die Konstanten C_i und C_a berechnen

(5.82 a) $C_i = 3(\rho_i/\rho_\infty)/(2 + \rho_i/\rho_\infty)$

(5.82 b) $C_a = 2 \cdot R^3 \cdot (\rho_i/\rho_\infty - 1)/(2 + \rho_i/\rho_\infty)$

Die Geschwindigkeiten sind somit gegeben durch

(5.83 a) $v_{ri} = 3 \cdot v_\infty \cos\theta / (2+\rho_i/\rho_\infty)$

(5.83 b) $v_{\theta i} = -3 \cdot v_\infty \sin\theta / (2+\rho_i/\rho_\infty)$

(5.83 c) $v_{ra} = v_\infty \cos\theta \cdot \left[1+2(R/r)^3 \cdot (\rho_i/\rho_\infty - 1)/(2+\rho_i/\rho_\infty)\right]$

(5.83 d) $v_{\theta a} = -v_\infty \sin\theta \cdot \left[1 - (R/r)^3 \cdot (\rho_i/\rho_\infty - 1)/(2+\rho_i/\rho_\infty)\right]$

Für das Verhältnis q von Durchfluß durch die Entladung (Dichte ρ_i) zur Flußdichte außen

(5.84) $$q = \frac{\rho_i \cdot v_{zi}}{\rho_\infty \cdot v_\infty}$$

ergibt sich mit (5.73) und (5.83)

(5.85) $$q = \frac{\rho_i}{\rho_\infty} \cdot \frac{3}{2 + \rho_i/\rho_\infty}$$

Aus der Gleichung (5.85) erhält man mit $\rho_i = 0$ den Grenzfall einer festen Kugel mit q = 0 (kein Durchfluß). Für die Strömung um eine Kugel mit dem Radius R_K folgt dann aus den Gleichungen (5.83 c,d)

(5.86 a) $v_r = \left[1 - (R_K/r)^3\right] \cdot v_\infty \cos\theta$

(5.86 b) $v_\theta = -\left[1 + \frac{1}{2} \cdot (R_K/r)^3\right] \cdot v_\infty \sin\theta$

in Übereinstimmung mit /69/. Demnach verhält sich die Strömung in der Umgebung einer "durchlässigen" Kugel der Dichte ρ_i und dem Radius R wie die Strömung um eine feste Kugel mit dem Radius R_K. Den Zusammenhang zwischen R und R_K erhält man durch Vergleich von (5.83 c) mit (5.86 a).

$$(5.87) \qquad R_K = R \cdot \left[2 \cdot (1-\rho_i/\rho_\infty)/(2+\rho_i/\rho_\infty) \right]^{3/2}$$

Im Grenzfall $\rho_i << \rho_\infty$ gilt

$$(5.88) \qquad R_K \approx R \cdot \left[1 - \frac{1}{2} \cdot (\rho_i/\rho_\infty) \right]$$

Für $\rho_i/\rho_\infty = 0.5$ beträgt der Fluß durch das Gebiet geringerer Dichte 60 %, das dazugehörige Strömungsfeld ist in Abb. 5.13 dargestellt.

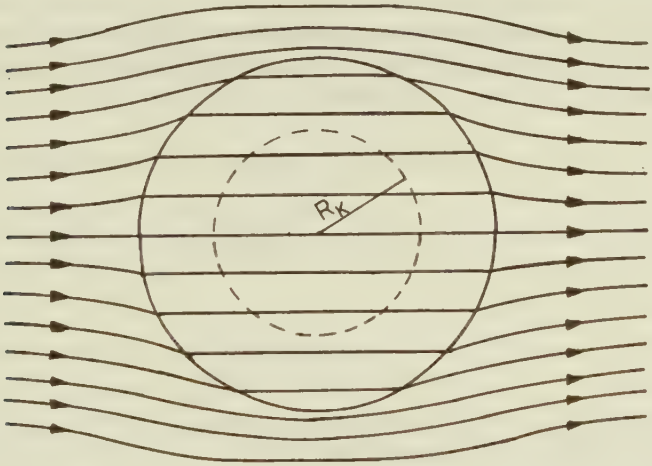


Abb. 5.13 Stromlinienverlauf durch ein Gebiet geringerer Dichte (Modell)

Bei einem Dichteverhältnis ρ_i/ρ_∞ von $2\cdot10^{-2}$ bis $3\cdot10^{-2}$, wie es für die optische Entladung (T_i = 10000 K - 15000 K, T_a = 300 K) typisch ist, strömen nur zwischen 3% und 5% des Gases durch die Entladung. Die optische Entladung mit dem Radius R setzt sich der Strömung wie ein festes Hindernis mit dem Radius R_K entgegen, wobei R_K nur um 2% kleiner ist als R. Dieses Resultat wird durch die in Kapitel 4.3 dargestellten Messungen bestätigt.

5.2.2 Die zähe Strömung mit Auftrieb

Bei diesem Modell tritt als weitere Voraussetzung hinzu, daß die Strömung durch den Auftrieb in Gang gesetzt wird. Unter Vernachlässigung der Trägheitsterme lautet die Impulsbilanz für den stationären Fall (vgl.(5.6))

$$\eta\Delta\vec{v} + \frac{\eta}{3}\,\text{grad div}\,\vec{v} - \text{grad}\,p + (\rho - \rho_\infty)\cdot\vec{g} = 0 \tag{5.89}$$

Die Anwendung des Operators rot führt dann in Kugelkoordinaten zu

$$\text{rot rot rot}\,\vec{v} = \frac{g}{\eta}\frac{\partial\rho}{\partial r}\sin\theta\,\vec{e}_\phi \tag{5.90}$$

Zur Erfüllung der Kontinuitätsgleichung wird wie im vorigen Modell eine Stromfunktion

$$\Psi = \frac{1}{2}\rho_\infty v_\infty r^2\cdot f(r)\cdot\sin^2\theta \tag{5.91}$$

eingeführt mit

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\theta} = r^2\cdot v_r\cdot\rho\cdot\sin\theta \tag{5.92 a}$$

$$(5.92\ b)\quad \frac{\partial \Psi}{\partial r} = -r \cdot v_\theta \cdot \rho \cdot \sin\theta$$

Mit diesem Ansatz folgt aus (5.90) die Differentialgleichung

$$(5.93)\quad \frac{\partial^2}{\partial r^2} H(r) - \frac{2}{r^2} H(r) = -3 \cdot \alpha \cdot r \frac{\partial \rho}{\partial r}$$

mit

$$(5.94\ a)\quad H(r) = \frac{f(r)}{\rho} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} \frac{(r^2 \cdot f(r))'}{\rho}$$

und

$$(5.94\ b)\quad \alpha = \frac{g}{3 \cdot \eta \cdot \rho_\infty v_\infty}$$

Die Lösung von (5.93) lautet

$$(5.95)\quad H(r) = r^2 \cdot \alpha \cdot (\bar{\rho}(\infty) - \bar{\rho}(r))$$

wobei

$$(5.96)\quad \bar{\rho}(r) = \frac{3}{r^3} \int_0^r \xi^2 \rho(\xi)\, d\xi$$

die bis zum Radius r gemittelte Dichte ist. Als Differentialgleichung für f(r) erhält man aus (5.94 a) mit (5.95)

$$(5.97)\quad f'' + \left(\frac{4}{r} - \frac{\rho'}{\rho}\right) f' - \frac{2}{r} \frac{\rho'}{\rho} f = 2 \cdot \alpha \cdot \rho \cdot (\bar{\rho}(r) - \bar{\rho}(\infty))$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung für eine kugelsymmetrische Dichteverteilung, wie sie durch das Modell A /44/ gegeben wird, liefert das in Abb. 5.14 dargestellte Stromlinienfeld.

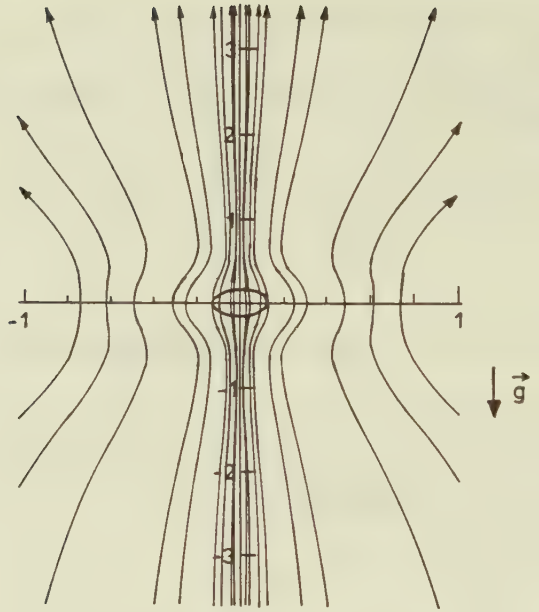


Abb. 5.14 Zähe Strömung um eine kugelsymmetrische Dichteverteilung

Da bei diesem Modell die Strömung durch Auftriebskräfte entsteht, wirkt das Plasma im Stromlinienbild in größerer Entfernung zunächst wie eine Senke. Nahe beim Plasma dominiert der aus dem vorigen Modell bekannte Umströmungseffekt.

6. DAS TEMPERATURFELD DER OPTISCHEN ENTLADUNG

6.1 Die Energiebilanz der optischen Entladung

Bei der Herleitung der Energiebilanz für die optische Entladung sind als Verlustmechanismen die Wärmeleitung, die Konvektion und die Strahlung zu berücksichtigen; die Energiezufuhr erfolgt durch Absorption der Laserstrahlung. Diese Überlegung führt zu der Gleichung

$$\text{(6.1)} \quad \operatorname{div} \vec{q} + c_p \cdot \rho \cdot \vec{v} \cdot \operatorname{grad} T + U = \kappa_\nu I_\nu$$

Es bedeuten

$\operatorname{div} \vec{q}$: Verluste durch Wärmeleitung

c_p : spezifische Wärmekapazität

ρ : Dichte

T : Temperatur

$\vec{v}$: Geschwindigkeit

U : Strahlungsverluste

κ_ν : Absorptionskoeffizient für inverse Bremsstrahlung bei 10.6 µm

I_ν : Laserintensität

Durch den Fourieransatz

$$\text{(6.2)} \quad \vec{q} = -\kappa \cdot \operatorname{grad} T$$

κ : Wärmeleitfähigkeit

erhält man nach Einführen des Wärmestrompotentials

$$\text{(6.3)} \quad S(T) = \int_{T_W}^{T} \kappa(T')\, dT'$$

wobei T_W die Wandtemperatur des Entladungsgefäßes ist,

$$(6.4) \quad \Delta S - \frac{c_p \rho}{\kappa} \vec{v} \text{ grad } S = -\kappa_\nu I_\nu$$

Die Verluste durch optisch dicke Strahlung sind im funktionalen Zusammenhang S(T) enthalten; die Strahlung aus optisch dünner Schicht ist vernachlässigbar /44/.

Der Laserstrahl besitzt eine gaußförmige Intensitätsverteilung

$$(6.5) \quad I_\nu(r,z) = \frac{2 \cdot P_L}{\pi \cdot w^2(z)} \cdot \exp\left\{ - \frac{2 \cdot r^2}{w^2(z)} \right\} \cdot \exp\left\{ - \int_{-\infty}^{z} \kappa_\nu(r,z) dz \right\}$$

mit

$$(6.6) \quad w^2(z) = w_o^2 \cdot \left[1 + (z/z_R)^2 \right]$$

Dabei bedeuten

P_L : Laserleistung

w_o : Strahltaille

z_R : Rayleighlänge $= \pi \cdot w_o^2 / \lambda$

Der Term $\exp\left\{ - \int_{-\infty}^{z} \kappa_\nu(r,z)\, dz \right\}$ berücksichtigt die Abschwächung des Laserstrahls, welche von der Absorption der Laserleistung durch das Plasma hervorgerufen wird.

6.2 Modell zur Berechnung der Temperaturverteilung

Zur Berechnung der Temperaturverteilung in einer optischen Entladung existieren verschiedene Modelle /21, 22,33-37,44,45/, bei denen eine mehr oder weniger vereinfachte Energiebilanz betrachtet wird. Im folgenden wird ein von Müller und Uhlenbusch /44/ entwickeltes Modell näher erläutert, dessen Ergebnisse als Ausgangstemperaturverteilung für die Lösung der Navier-Stokes-Gleichung und der Energiebilanz mit dem Differenzenverfahren dienen. Obwohl dieses Modell unter Vernachlässigung von Wandeffekten zur Temperaturberechnung innerhalb des Plasmas entwickelt wurde, stimmen die damit berechneten Temperaturverteilungen auch in der Umgebung des Plasmas gut mit interferometrischen Messungen /30/ überein.

Da die Geschwindigkeitsmessungen (Kap.4.3) zeigen, daß die radiale Geschwindigkeitskomponente in Plasmanähe verschwindet, vereinfacht sich die Energiebilanz (6.4) zu

$$\Delta S - \frac{\rho c_p}{\kappa} \cdot v_z \cdot \frac{\partial S}{\partial z} = -\kappa_\nu I_\nu \qquad (6.7)$$

und die Kontinuitätsgleichung zu

$$\rho \cdot v_z = \rho_\infty v_\infty \qquad (6.8)$$

ρ_∞ ist die Dichte im Unendlichen, v_∞ die zugehörige Geschwindigkeit. Aus Symmetriegründen werden auch hier Zylinderkoordinaten verwendet.

Für den Absorptionskoeffizienten wird die Linearisierung

$$\kappa_\nu(S) = A(S_{max}) \cdot S \qquad (6.9)$$

eingeführt, wobei

$$(6.10) \qquad A(S_{max}) = \frac{2}{S_{max}^{\,2}} \int_0^{S_{max}} \kappa_\nu(S)\, dS$$

S_{max} ist der dem Temperaturmaximum entsprechende S-Wert. Weiterhin wird vereinfachend angenommen, daß die Laserleistung homogen innerhalb einer Kugel mit dem Radius R absorbiert wird und die Intensität des Laserstrahls $\overline{I_\nu}$ dort konstant ist. Die zugehörige Geometrie ist in Abb. 6.1 dargestellt.

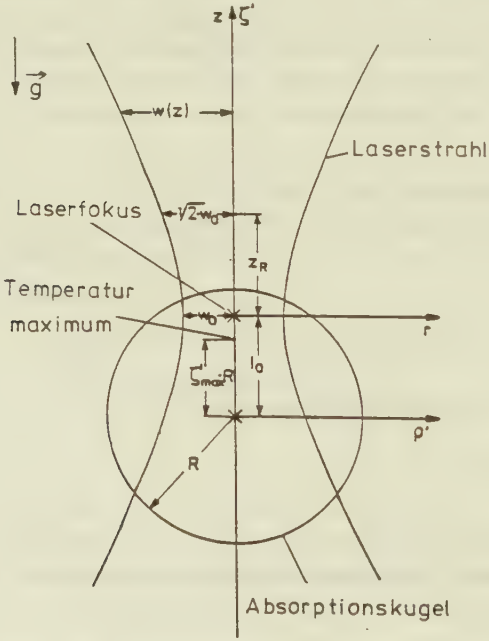


Abb. 6.1 Geometrie zur Temperaturberechnung nach /44/

Der Abstand zwischen dem Mittelpunkt der Absorptionskugel und dem Fokus des Laserstrahls beträgt l_o. Mit den dimensionslosen Koordinaten

$$\rho' = \frac{r}{R} \tag{6.11 a}$$

$$\zeta' = \frac{z}{R} + \frac{l_o}{R} \tag{6.11 b}$$

und

$$\lambda' = \frac{\rho c_p}{\kappa} v_z R \tag{6.12}$$

erhält man mit den Vereinfachungen als Energiebilanz

$$\frac{1}{\rho'} \frac{\partial}{\partial \rho'} \left(\rho' \frac{\partial S}{\partial \rho'} \right) + \frac{\partial^2 S}{\partial \zeta'^2} - \lambda' \frac{\partial S}{\partial \zeta'} = -R^2 \bar{I}_\nu A(S_{max}) \cdot S \tag{6.13 a}$$

$$\text{für } 0 \leq \sqrt{\rho'^2 + \zeta'^2} \leq 1$$

$$\frac{1}{\rho'} \frac{\partial}{\partial \rho'} \left(\rho' \frac{\partial S}{\partial \rho'} \right) + \frac{\partial^2 S}{\partial \zeta^2} - \lambda' \frac{\partial S}{\partial \zeta} = 0 \tag{6.13 b}$$

$$\text{für } 1 \leq \sqrt{\rho'^2 + \zeta'^2} < \infty$$

Die analytische Lösung der Gleichung (6.13) ist gegeben durch

$$S(\rho', \zeta') = S_{max} \cdot D(\lambda') \cdot \sin\left[C(\lambda') \cdot \sqrt{\rho'^2 + \zeta'^2} \right] \cdot \exp(\lambda' \zeta'/2) \; / \; \sqrt{\rho'^2 + \zeta'^2} \tag{6.14 a}$$

$$\text{für } 0 \leq \sqrt{\rho'^2 + \zeta'^2} \leq 1$$

$$(6.14\,b)\quad S(\rho',\zeta') = S_{max}\cdot D(\lambda')\cdot\sin C(\lambda')\cdot\exp\left[\lambda'\cdot\left\{1-\sqrt{\rho'^2+\zeta'^2}\right\}/2\right] \Big/ \sqrt{\rho'^2+\zeta'^2}$$

$$\text{für}\quad 1 \le \sqrt{\rho'^2+\zeta'^2} < \infty$$

$C(\lambda')$ ist gegeben durch die transzendente Gleichung

$$(6.15)\quad \tan C(\lambda') = -\frac{2}{\lambda'}\cdot C(\lambda')$$

$D(\lambda')$ folgt aus der Gleichung

$$(6.16)\quad D(\lambda') = \zeta'_{max}\cdot\exp\left[-\frac{\lambda'}{2}\cdot\zeta'_{max}\right] \Big/ \sin\left[C(\lambda')\cdot\zeta'_{max}\right]$$

ζ'_{max} gibt die Lage des Temperaturmaximums an und ist gegeben durch die Gleichung

$$(6.17)\quad \zeta'_{max}\cdot C(\lambda') = \tan\left[C(\lambda')\cdot\zeta'_{max}\right]\cdot\left[1-\frac{\lambda'}{2}\cdot\zeta'_{max}\right]$$

In /44/ werden die mit diesem Modell berechneten Temperaturverteilungen und die dazugehörigen Laserleistungen in Abhängigkeit vom Radius der Absorptionskugel R und der Anströmgeschwindigkeit v_∞ vorgestellt und mit den spektroskopisch bestimmten Temperaturprofilen verglichen.

Zur Berechnung der Ausgangstemperaturverteilung wurden folgende Werte gewählt (Abb. 5.5) :

S_{max} = 100 W/cm

R = 0.075 cm

v_∞ = 1.6 cm/s

l_o = 0.12 cm

6.3 Berechnung des Temperaturfeldes in der Hochdruckkammer

Die bei den Modellen zur Berechnung der Temperaturverteilung erforderlichen Voraussetzungen zur Vereinfachung der Energiebilanz können bei Anwendung des in Kapitel 5.1.3 beschriebenen Differenzenverfahrens entfallen. Dadurch werden Wandeffekte mitberücksichtigt und die Annäherung der optischen Entladung durch eine Absorptionskugel, ebenso wie die Linearisierung des Absorptioskoeffizienten sind nicht notwendig. In vollständiger Form lautet die Energiebilanz in Zylinderkoordinaten

$$(6.18) \quad \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\cdot\frac{\partial S}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 S}{\partial r^2} - \frac{\rho c_p}{\kappa}\left(v_z\frac{\partial S}{\partial z} + v_r\frac{\partial S}{\partial r}\right) = -\kappa_\nu I_\nu$$

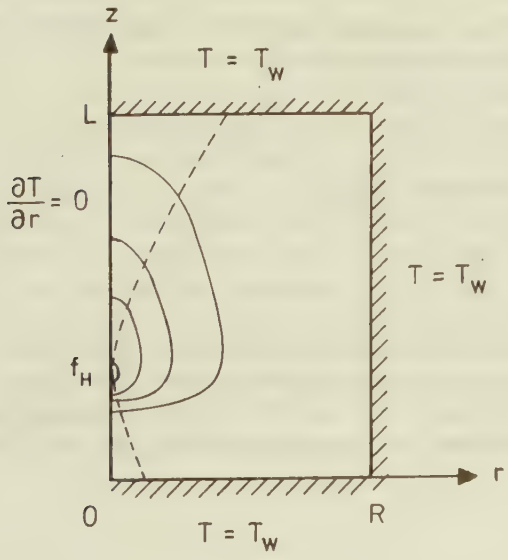


Abb. 6.2 Geometrie zur Berechnung des Temperaturfeldes

In dem hier verwendeten Koordinatensystem (Abb. 6.2) erhält man in der Gauß'sche Intensitätsverteilung des Laserstrahls (6.5) für den Strahlradius

$$(6.19) \quad w^2(z) = w_o^2 \cdot \left\{1 + \left[(z - f_H)/z_R\right]^2\right\}$$

f_H ist die Lage des Fokus.

Als Randbedingung erhält man an den Kammerwänden

$$(6.20\,a) \quad T = T_W = \text{const.}$$

und in der Symmetrieachse

$$(6.20\,b) \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

Für das Wärmestrompotential S folgt dann als Randbedingung mit der Gleichung (6.3)

$$(6.21\,a) \quad S = 0 \quad \text{für } r = R, \quad z = 0, \quad z = L$$

und in der Symmetrieachse (r = 0)

$$(6.21\,b) \quad \frac{\partial S}{\partial r} = 0$$

Die Differentialgleichung (6.18) kann nun mit den Randbedingungen (6.21) gelöst werden und liefert die Temperaturverteilung in der gesamten Hochdruckkammer unter Berücksichtigung von Wandeffekten und der radialen Konvektion.

Zur Diskretisierung der Ableitungen von S ist die Verwendung von drei-Punkte-Formeln ausreichend, da es sich um eine Differentialgleichung 2. Ordnung handelt; in der Berechnung wird aber zur Verbesserung der Genauigkeit eine fünf-Punkte-Diskretisierung gewählt.

Da für den Absorptioskoeffizienten κ_ν ebenso wie für die Dichte eine Temperaturabhängigkeit besteht, ist es wie bei der Berechnung des Strömungsfeldes erforderlich, zur Bestimmung der Koeffizienten und des Quellterms in der Differentialgleichung zu Beginn der Rechnung eine Temperaturverteilung vorzugeben. Als Ausgangstemperaturverteilung wird das in Abb. 5.5 dargestellte Temperaturfeld verwendet.

Die Geschwindigkeitskomponenten v_r und v_z werden aus der Lösung der Navier-Stokes-Gleichung durch Ableiten der Stromfunktion Ψ gemäß (5.14) gewonnen.

Wie die Berechnung der Stromfunktion Ψ mit dem hier verwendeten Differenzenverfahren zeigte, ist nur bei einem dem Problem angepaßten Stützstellenraster ein physikalisch sinnvolles Ergebnis zu erwarten. Lag dort der kritische Bereich, welcher durch eine feinere Unterteilung berücksichtigt werden mußte, im Gebiet großer Dichteänderungen (Abb. 5.6 und 5.7), so ist es bei der Energiebilanz der Laserstrahl, über den die Energiezufuhr in das Plasma erfolgt, der durch genügend Stützstellen erfaßt werden muß. Außerdem muß berücksichtigt werden, daß bei Verwendung eines nicht-äquidistanten Gitters die Größe von benachbarten Intervallen nicht zu unterschiedlich sein darf, da sonst die Diskretisierungsformeln zu ungenau werden.

6.3.1 Die Temperaturverteilung ohne Anströmung

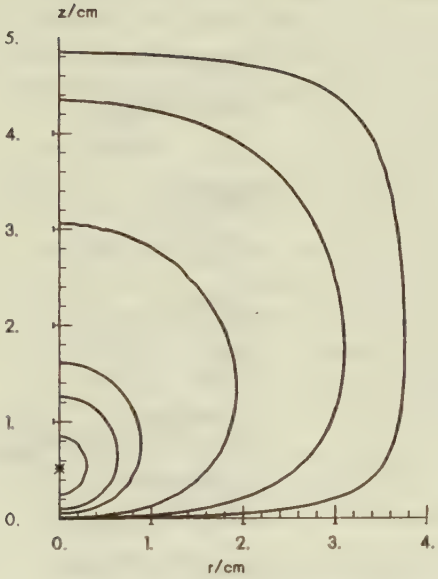
Die Differentialgleichung für das Wärmestrompotential läßt sich bei völliger Vernachlässigung der Konvektion ($v = 0$) problemlos mit dem hier vorgestellten Lösungsverfahren behandeln. Experimentell ist der Fall einer optischen Entladung ohne Anströmung nicht realisierbar, da sich aufgrund der Dichtegradienten immer eine Strömung in der Hochdruckkammer entwickelt. Mit diesen Rechnungen läßt sich aber eine Unterteilung finden, bei welcher die Energiezufuhr durch den Laserstrahl in geeigneter Weise berücksichtigt wird, und eine Beeinflussung durch die im vorigen Kapitel berechneten Geschwindigkeiten ist ausgeschlossen.

Ohne Berücksichtigung der Konvektion vereinfacht sich die Differentialgleichung (6.18) zu

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\cdot\frac{\partial S}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 S}{\partial z^2}=-\kappa_\nu I_\nu \qquad (6.22)$$

Zur Berechnung des energiezuführenden Terms $\kappa_\nu I_\nu$, der von der Temperatur und damit von S abhängt, wird das mit dem Modell A berechnete Temperaturfeld verwendet.

Das sich als Lösung der Energiebilanz (6.23) ergebende Temperaturprofil ist in Abb. 6.3 dargestellt. Das Isothermenfeld erstreckt sich über das gesamte Kammervolumen, wobei die Isothermen leicht deformierte Halbkreise sind. Diese Temperaturverteilung weicht in großen Bereichen der Hochdruckkammer von der Modell-Temperaturverteilung ab; insbesondere ist das Temperaturmaximum, welches durch ein Kreuz markiert ist, erheblich nach unten gewandert. Daher wird iterativ das neue Temperaturfeld zur Berechnung des Quellterms $\kappa_\nu I_\nu$ verwendet, bis die Abweichung zwischen zwei aufeinanderfolgenden Temperaturverteilungen wenige Prozent beträgt, was nach 10 Iterationen der Fall ist.



Temperaturfeld

Energiebilanz, $\vec{v}$=0
T_{Wand} = 470. K
T_{max} = 17353. K (x)

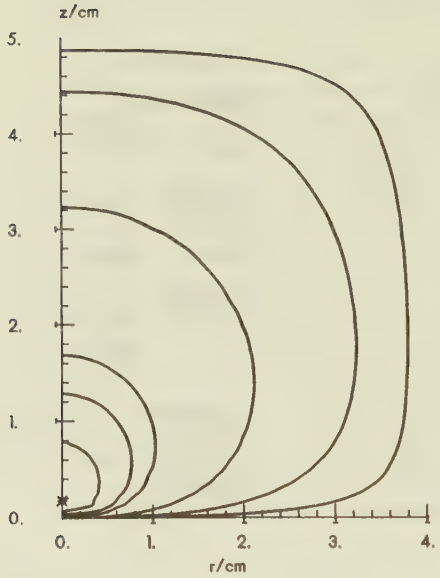
Isothermen
10000. K 5000. K
3000. K 1000. K
600. K 500. K

Laserstrahl
P_{Laser} = 500. Watt
w_0 = 0.03 cm
$z(w_0)$ = 1.50 cm

r-Unterteilung
0.0 0.03 0.50 2.00 4.00 cm
10 10 10 10 Intervalle
z-Unterteilung
0.0 5.00 cm
40 Intervalle

Abb. 6.3 Temperaturverteilung ohne Anströmung (1.Näherung)

Das resultierende Isothermenfeld ist in Abb. 6.4 dargestellt. Im Laufe der Iterationen hat sich die Lage des Temperaturmaximums T_{max} weiter in Richtung des einfallenden Laserstrahls geändert. Ohne Konvektion bewegt sich die optische Entladung aus dem Fokusbereich (z = 1.5 cm) in Richtung des einfallenden Laserstrahls. Dieser Mechanismus wird in den Rechnungen nur dadurch gestoppt, daß für z = 0 die Randbedingung $T = T_W$ erfüllt sein muß. Das Plasma, gekennzeichnet durch T_{max}, brennt dann knapp oberhalb des Kammerbodens. Dieses Resultat ist in Übereinstimmung mit Ergebnissen eines einfachen Modells, das in /36/ vorgestellt wird.



Temperaturfeld

Energiebilanz, $\bar{v}$=0
T_{Wand} = 470. K
T_{max} = 22905. K (*)

Isothermen
10000. K 5000. K
3000. K 1000. K
600. K 500. K

Laserstrahl
P_{Laser} = 500. Watt
w_0 = 0.03 cm
$z(w_0)$ = 1.50 cm

r-Unterteilung
0.0 0.03 0.50 2.00 4.00 cm
10 10 10 10 Intervalle
z-Unterteilung
0.0 5.00 cm
40 Intervalle

Abb. 6.4 Iterativ bestimmte Temperaturverteilung ohne Anströmung

Hier erkennt man den entscheidenden Einfluß der Konvektion auf die optische Entladung. Nur durch die sich aufbauende Strömung bleibt das Plasma in Fokusnähe, wo die höchsten Intensitäten und damit die maximal mögliche Energiezufuhr vorhanden ist.

Weitere Rechnungen zeigen, daß die Maximaltemperatur mit sinkender Laserleistung abnimmt. Bei zu geringen Laserleistungen (P_L < 200 W) nimmt während der Iteration die Temperatur und damit der Absorptionskoeffizient so stark ab, daß schließlich kein Plasma mehr vorhanden ist.

Die Verwendung von verschiedenen Unterteilungen hat nur einen geringen Einfluß auf das Isothermenfeld, solange innerhalb des Bereichs, der durch den Laserstrahl ausgefüllt wird, genügend Stützstellen liegen.

6.3.2 Die Temperaturverteilung mit Anströmung

Um den Einfluß der Strömung auf das Temperaturfeld kontrollieren zu können, wurde wie schon in Kap. 5.1.5 bei der Berücksichtigung des nichtlinearen Terms auch in der Energiebilanz die Konvektion zunächst als Korrekturfaktor betrachtet, in dem die Ausgangstemperaturverteilung S_o (Abb. 5.5) auftritt. Zur Berechnung der Geschwindigkeitskomponenten v_r und v_z wird das in Abb. 5.9 dargestellte Strömungsfeld verwendet.

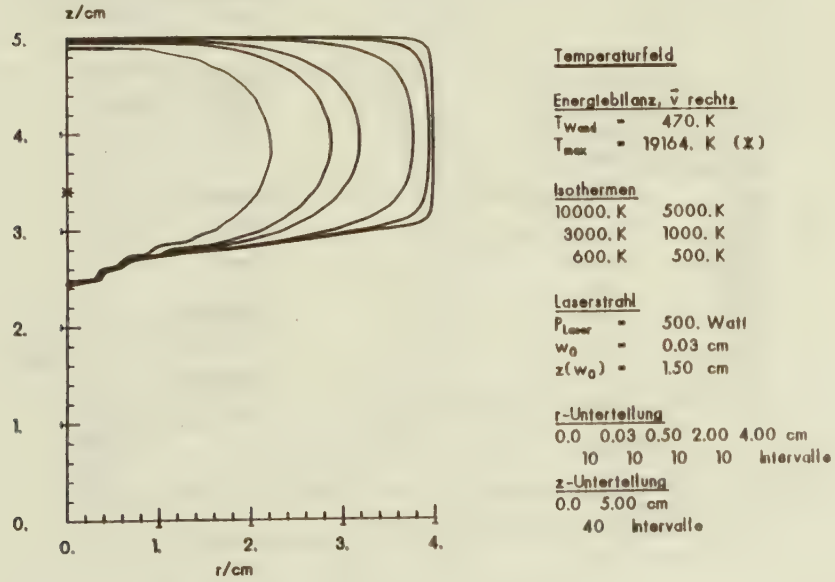


Abb. 6.5 Temperaturverteilung mit Konvektion als Korrekturfaktor

$$(6.23)\qquad \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial S}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 S}{\partial z^2}=-\kappa_\nu(S_o)I_\nu(S_o)+\frac{\rho c_p}{\kappa}\left(v_z\frac{\partial S_o}{\partial z}+v_r\frac{\partial S_o}{\partial r}\right)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung ist in Abb. 6.5 zu sehen. Durch die hohen Geschwindigkeiten wird das Temperaturmaximum mit dem Isothermenfeld nach oben geblasen. Die Analogie zu Abb. 5.11 ist deutlich zu sehen. Die Reduzierung der Geschwindigkeiten um einen Faktor 30 läßt zwar das Temperaturmaximum an dieselbe Stelle wandern, wie es durch die mit dem Modell berechnete Temperaturverteilung vorgegeben ist, das Isothermenfeld erstreckt sich jedoch noch nicht über die gesamte Kammer (Abb. 6.6).

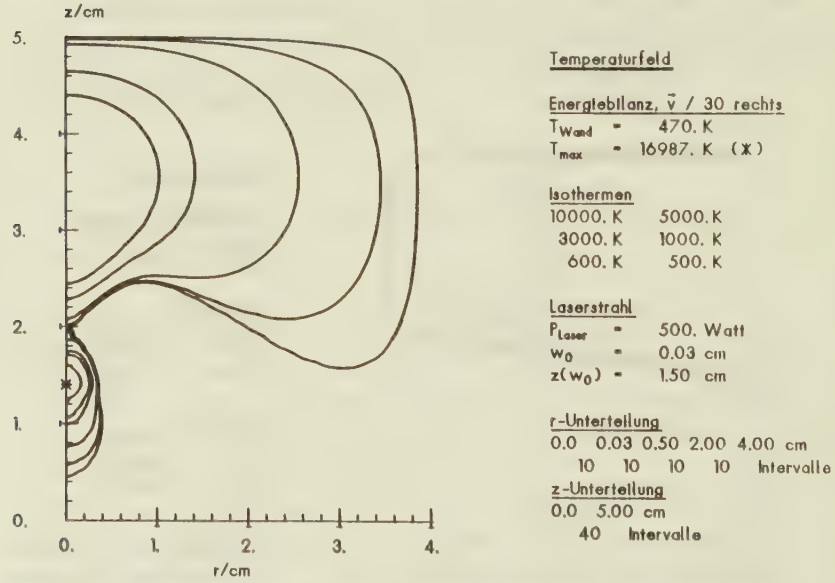
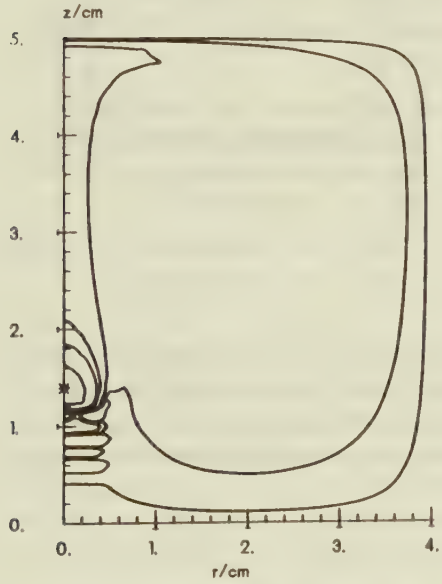


Abb. 6.6 Temperaturverteilung mit reduzierter Konvektion als Korrekturfaktor

Da aus diesen Rechnungen hervorgeht, daß (wie schon erwartet) auch bei der Lösung der Energiebilanz die Verringerung der berechneten Geschwindigkeiten erforderlich ist, kann nun auch die korrekte Form der Energiebilanz

$$(6.24)\qquad \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial S}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} - \frac{\rho c_p}{\kappa}\left(v_z\frac{\partial S}{\partial z} - v_r\frac{\partial S}{\partial r}\right) = -\kappa_\nu(S_o)\cdot I_\nu(S_o)$$

gelöst werden. Der Einfluß des vorgegebenen Temperaturfeldes über S_o ist hier nur noch im Absorptionsterm $\kappa_\nu I_\nu$ enthalten und dadurch wesentlich geringer als in der vorherigen Betrachtungsweise. Mit einem Korrekturfaktor 1/10 auf die Geschwindigkeiten erhält man eine Temperaturverteilung (Abb. 6.7), die gut mit dem Modell A in Plasmanähe übereinstimmt. Allerdings treten unterhalb des Plasmas numerisch bedingte Oszillationen des Temperaturfeldes auf.



Temperaturfeld

Energiebilanz, $\tilde{v}$ / 10 links
T_{Wand} - 470. K
T_{max} - 17074. K (X)

Isothermen
10000. K 5000. K
3000. K 1000. K
600. K 500. K

Laserstrahl
P_{Laser} - 500. Watt
w_0 - 0.03 cm
$z(w_0)$ - 1.50 cm

r-Unterteilung
0.0 0.03 0.50 2.00 4.00 cm
10 10 10 10 Intervalle
z-Unterteilung
0.0 5.00 cm
40 Intervalle

Abb. 6.7 Temperaturverteilung mit reduzierter Konvektion

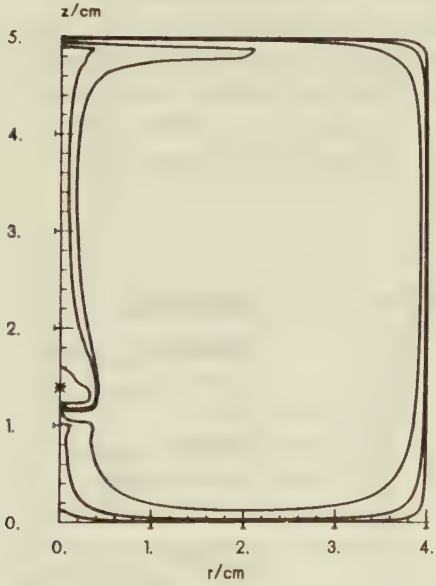
Durch eine Abänderung des Diskretisierungsverfahrens, das Einführen des sogenannten "upwind scheme" /70/, läßt sich die Anwendung eines Korrekturfaktors auf die Geschwindigkeiten völlig umgehen. Dieses Verfahren beruht darauf, daß bei der Diskretisierung derjenigen Ableitungen in der Differentialgleichung, die mit den Geschwindigkeitskomponenten verknüpft sind, die Richtung der Geschwindigkeit beachtet wird. Zur Diskretisierung dürfen dann keine zentralen Differenzenformeln verwendet werden. Ist die Geschwindigkeit positiv, so werden zur Berechnung einer Ableitung am Punkt i nur Punkte herangezogen, deren Index kleiner als i ist. Ebenso dürfen bei negativer Geschwindigkeit nur Punkte mit einem Index, der größer als i ist, verwendet werden. Anschaulich gesehen trägt das "upwind scheme" der Tatsache Rechnung, daß durch die Strömungsrichtung die Richtung des Informationsflusses bestimmt wird. Bei Verwendung von zentralen Differenzenformeln wird zur Berechnung der gesuchten Funktion an einem Punkt Information aus beiden Richtungen verwendet, was den physikalischen Bedingungen widerspricht.

Die Notwendigkeit das "upwind scheme" zu verwenden, hängt ab von der Größe der Geschwindigkeit, genauer gesagt, vom Verhältnis der Stärke der Konvektion zur Diffusion, das durch die Péclêt-Zahl Pe gegeben wird

$$(6.25) \qquad Pe = \frac{\rho \cdot v \cdot l}{\kappa} \cdot c_p$$

l ist die Größe einer Gitterzelle. Der kritische Wert der Péclêt-Zahl liegt bei Pe = 4 /71/. Gilt Pe > 4, wird die Strömung durch die Konvektion bestimmt, und das "upwind scheme" muß verwendet werden, um zu einer stabilen Lösung zu gelangen.

In der Umgebung des Plasmas erhält man mit den aus der linearisierten Navier-Stokes-Gleichung berechneten Geschwindigkeiten Pe ≈ 40. Das mit dem "upwind scheme" berechnete Temperaturfeld ist in Abb. 6.8 dargestellt. Hierbei konnte auf eine Reduzierung der Geschwindigkeiten verzichtet werden.



Temperaturfeld

Energiebilanz, $\vec{v}$ links
T_{Wand} = 470. K
T_{max} = 16792. K (x)

Isothermen
10000. K 5000. K
3000. K 1000. K
600. K 500. K

Laserstrahl
P_{Laser} = 500. Watt
w_0 = 0.03 cm
$z(w_0)$ = 1.50 cm

r-Unterteilung
0.0 0.03 0.50 2.00 4.00 cm
10 10 10 10 Intervalle
z-Unterteilung
0.0 5.00 cm
40 Intervalle

Abb. 6.8 Temperaturverteilung mit starker Konvektion (Berechnung mit "upwind scheme")

In der Symmetrieachse (r = 0) befindet sich jetzt oberhalb des Plasmas eine deutlich ausgeprägte Zone heißen Gases mit Temperaturen oberhalb von 3000 K. An den Kammerwänden hat sich eine Grenzschicht ausgebildet, innerhalb welcher die Temperatur von 470 K auf 1000 K ansteigt, so daß beinahe das gesamte Gasvolumen Temperaturen zwischen 1000 K und 3000 K erreicht. Dieses Ergebnis ist nicht mit den

experimentellen Daten zu vereinbaren. Die interferometrischen Messungen zeigen, daß die Gastemperatur in ca. 1 cm Entfernung von der Symmetrieachse nur noch 1000 K beträgt.

Durch Reduzierung der Geschwindigkeiten um den durch Vergleich mit experimentellen Daten bestimmten Faktor 10 läßt sich eine mit dem Experiment gut übereinstimmende Temperaturverteilung ohne Oszillationen berechnen (Abb. 6.9). Insbesondere der Isothermenverlauf in Plasmanähe wird sehr gut wiedergegeben: die schmale Zone des starken Temperaturanstiegs von 600 K auf 10000 K unterhalb des Plasmas und der langsame Temperaturabfall oberhalb des Plasmas sind deutlich zu erkennen.

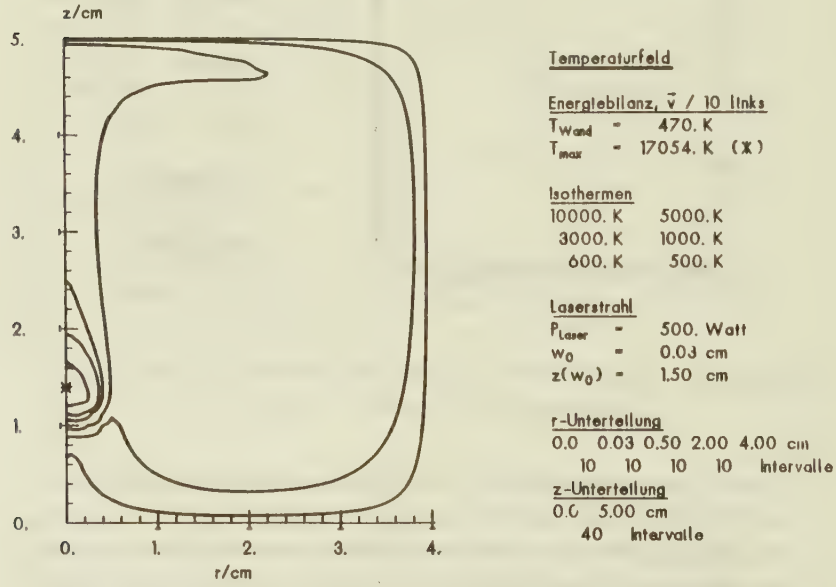


Abb. 6.9 Temperaturverteilung mit reduzierter Konvektion (Berechnung mit "upwind scheme")

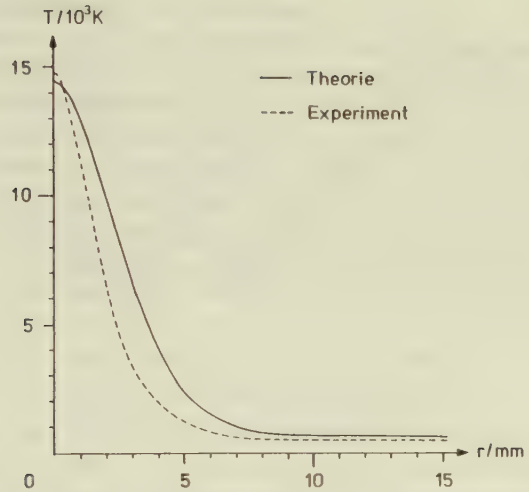


Abb. 6.10 Vergleich zwischen gemessenem und berechnetem radialen Temperaturverlauf bei z = 1.5 cm

In Abb. 6.10 ist ein Vergleich zwischen der interferometrisch bestimmten Temperaturverteilung im Außenbereich einer optischen Entladung in 5 bar Argon bzw. der spektroskopisch bestimmten Temperatur in der Entladung und der berechneten Temperaturverteilung aus Abb. 6.9 in Höhe des Fokus gezeigt. Wie man sieht, fällt der gemessene Temperaturverlauf über dem Radius etwas rascher ab als die berechneten Temperaturen. Der aus Abb. 6.8 und Abb. 6.9 klar ersichtliche Einfluß der Geschwindigkeiten auf das Isothermenfeld läßt erwarten, daß mit etwas reduzierten Geschwindigkeiten mit der Energiebilanz eine Temperaturverteilung berechnet werden kann, die sehr gut mit den experimentellen Daten übereinstimmt.

Mit dem so berechneten Temperaturfeld müßte nun ein neues Strömungsfeld bestimmt werden, mit diesem wiederum die Energiebilanz gelöst werden, usw., bis Konvergenz erreicht ist. Da die numerische Lösung der Differentialgleichungen (5.15) und (6.18) jedoch sehr zeitaufwendig ist (Strömungsfeld ≈ 1700 sec, Temperaturfeld ≈ 600 sec) und schon die im ersten Schritt erzielten Ergebnisse mit den experimentellen Resultaten gut übereinstimmen, wurde auf die Durchführung der Iteration verzichtet.

7. ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Arbeit wird ein Plasma untersucht, mit dem sich stationäre Elektronendichten von über $1 \cdot 10^{18} cm^{-3}$ erzeugen lassen. Ein solches Plasma, das als optische Entladung bezeichnet wird, wird durch Fokussieren eines CO_2-Laserstrahls in ein gasförmiges Target erzeugt. Die erforderliche Laserleistung ist abhängig von der Gasart, dem Druck und der Brennweite des fokussierenden Spiegels. Das Betreiben der optischen Entladung in Wasserstoff erfordert im Vergleich zu anderen Gasen (Argon, Helium) hohe Laserleistungen (> 600 W) und ist mit Leistungen bis zu 3 kW auf Drücke unterhalb von 40 bar beschränkt.

Zur Bestimmung der Elektronendichte- und Temperaturverteilung innerhalb des Wasserstoffplasmas werden räumlich aufgelöste spektroskopische Messungen an der Stark-verbreiterten H_β-Linie mit einem OMA-System durchgeführt. Zur Auswertung der gemessenen spektralen Profile, die sich aus Kontinuums- und Linienstrahlung zusammensetzen, wird eine Anpassung an einfache Linienprofile, die in den Flügeln nach Holtsmark berechnet werden, vorgenommen. Weiterhin wird vorausgesetzt, daß sich das Plasma im LTE befindet und somit der Zusammenhang zwischen Elektronendichte und Temperatur durch die Sahagleichung beschrieben wird. Die mit diesen Annahmen berechneten Profile stimmen gut mit den Meßdaten überein, wodurch die Gültigkeit der Voraussetzungen bestätigt wird.

Durch Erhöhen von Druck und Laserleistung kann die maximale Elektronendichte in der optischen Entladung gesteigert werden. In Wasserstoff lassen sich mit einer Laserleistung von 3 kW bei Drücken oberhalb von 15 bar stationäre Elektronendichten von $1.2 \cdot 10^{18} cm^{-3}$ erzeugen. Damit eröffnet dieses Experiment die Möglichkeit, die Asymmetrie der H_β-Linie bezüglich der unterschiedlichen Kuppenhöhen und die Verschiebung der Lage der Kuppen bei hohen Elektronendichten zu untersuchen. Die bisher bekannten Theorien zu Er-

klärung der Verschiebung werden durch die hier vorgestellten Ergebnisse nun auch bei Elektronendichten im Bereich von $1 \cdot 10^{18} cm^{-3}$ bestätigt.

Um Aufschluß über die Strömung, die den Teilchen- und Energiehaushalt des Plasmas stark beeinflußt, zu erhalten, werden mit Hilfe der Laser-Doppler-Anemometrie in Plasmanähe Untersuchungen des Strömungsfeldes einer optischen Entladung in Argon durchgeführt. Die Messungen zeigen, daß die Anströmung des Plasmas im wesentlichen vertikal erfolgt. Die Geschwindigkeit von ca. 20 cm/s in unmittelbarer Plasmanähe weist eine schwache radiale Komponente auf, die auf eine Umströmung des Plasmas hindeutet. Dieses Ergebnis wird von Modellrechnungen bestätigt.

Zur Berechnung des Temperatur- und Strömungsfeldes müssen die Erhaltungsgleichungen in der MHD-Näherung gelöst werden. Dazu werden zunächst die Navier-Stokes-Gleichung und die Kontinuitätsgleichung durch Einführen einer Stromfunktion zu einer Differentialgleichung 4.Ordnung zusammengefaßt, die mit einem Differenzenverfahren gelöst wird. Die Temperaturverteilung, deren Kenntnis zur Lösung der Differentialgleichung erforderlich ist, wird mittels eines einfachen Modells bestimmt. Das unter Vernachlässigung des konvektiven Terms $(\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v}$ berechnete Strömungsfeld stimmt bei Verwendung einer durch Turbulenz erhöhten Viskosität gut mit den Messungen überein.

Unter Voraussetzung der aus diesem Strömungsfeld berechneten Geschwindigkeiten wird aus der Energiebilanz die Temperaturverteilung bestimmt. Da die Konvektion den entscheidenden Verlustmechanismus darstellt, muß im Lösungsverfahren durch Anwenden des "upwind scheme" die Strömungsrichtung berücksichtigt werden. Das berechnete Isothermenfeld zeigt sehr gute Übereinstimmung mit den interferometrisch bestimmten Temperaturverteilungen.

Damit tragen die Rechnungen erheblich zum Verständnis der optischen Entladung und zur Untermauerung der experimentellen Ergebnisse bei.

LITERATURVERZEICHNIS

/1/ N.A. Generalov, V.P. Zimakov, G.I. Kozlov, V.A. Masyukov and Yu.P. Raizer
" Continuous Optical Discharge "
Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 11, 447 (1970)
JETP Lett. 11, 302 (1970)

/2/ N.A. Generalov, V.P. Zimakov, G.I. Kozlov, V.A. Masyukov and Yu.P. Raizer
" Experimental Investigation of a Continuous Optical Discharge "
Zh. Eksp. Teor. Fiz. 61, 1434 (1971)
Sov. Phys. JETP 34, 763 (1972)

/3/ D.L. Franzen
" cw Gas Breakdown in Argon using 10.6µm Laser Radiation "
Appl. Phys. Lett. 21, 62 (1972)

/4/ C.D. Moody
" Effects of cw Power on the Pulsed Gas Breakdown Threshold in Argon at 10.6-µ Radiation "
Appl. Phys. Lett. 22, 31 (1973)

/5/ D.L. Franzen
" Continuous Laser-Sustained Plasmas "
J. Appl. Phys. 44, 1727 (1973)

/6/ D.C. Smith and M.C. Fowler
" Ignition and Maintenance of a cw Plasma in Atmospheric-Pressure Air with CO_2 Laser Radiation "
Appl. Phys. Lett. 22, 500 (1973)

/7/ G.I. Kozlov, V.A. Kuznetsov and V.A. Masyukov
" Investigation of the Continuous Emission Spectrum of the Xenon Plasma of a Continuous Optical Discharge "
Opt. Spektrosk. 37, 1049 (1974)
Opt. Spectrosc. 37, 601 (1974)

/8/ M.C. Fowler and D.C. Smith
" Ignition and Maintenance of Subsonic Plasma Waves in Atmospheric Pressure Air by cw CO_2 Laser Radiation and their Effect on Laser Beam Propagation "
J. Appl. Phys. 46, 138 (1975)

/9/ D.R. Keefer, B.B. Henriksen and W.F. Braerman
" Experimental Study of a Stationary Laser-Sustained Air Plasma "
J. Appl. Phys. 46, 1080 (1975)

/10/ G.I. Kozlov, V.A. Kuznetsov and V.A. Masyukov
" Radiative Loss of Xenon Plasma in Continuous Optical Discharge "
Fiz. Plazmy 1, 830 (1975)
Sov. J. Plasma Phys. 1, 454 (1975)

/11/ C. Carlhoff
" Aufbau und Erprobung einer Hochdruckkammer zur Erzeugung eines laseraufgeheizten Plasmas "
Diplomarbeit Universität Düsseldorf (1978)

/12/ D. Wroblewski, A. Cybulski and Z. Szymanski
" An Experimental Investigation of the Continuous Optical Discharge "
XIV ICPIG, Grenoble (1979); J. de Phys. 40, C7-733

/13/ E. Krametz
" Ermittlung von Temperatur- und Dichteprofilen an einem lasererzeugten Hochdruckplasma mit Hilfe eines rechnergesteuerten Spektrometers "
Diplomarbeit Universität Düsseldorf (1980)

/14/ C. Carlhoff, E. Krametz, J.H. Schäfer, K. Schildbach, J. Uhlenbusch and D. Wroblewski
" Continuous Optical Discharges at very High Pressure "
Physica 103C, 439 (1981)

/15/ C. Carlhoff, E. Krametz, Z. Mucha, J.H. Schäfer and J. Uhlenbusch
" Measurement of Temperature and Flow Field in Continuous Optical Discharges "
Proceedings of the XV ICPIG, Minsk, P-1303 (1981)

/16/ M. Dembinski, J. Kurzyna and Z. Szymanski
" Decay and Reignition of Optical Discharge Plasma "
Proceedings of the XV ICPIG, Minsk, P-1306 (1981)

/17/ C. Carlhoff, E. Krametz, J.H. Schäfer and J. Uhlenbusch
" Investigation of a Laser Sustained Dense Hydrogen Plasma "
Proceedings of the XVI ICPIG, Düsseldorf, 330 (1983)

/18/ Z. Mucha and A. Baranowski
" Amplification of Radiation in a Continuous Optical Discharge Plasma "
Proceedings of the XVI ICPIG, Düsseldorf, 336 (1983)

/19/ M.V. Gerasimenko, G.I. Kozlov and V.A. Kuznetsov
" Diagnostics of a steady-state Optical Discharge Plasma in the Laser-Plasmatron Regime "
Fiz. Plazmy 9, 1269 (1983)
Sov. J. Plasma Phys. 9, 733 (1983)

/20/ Yu.P. Raizer
" Propagation of Discharges and Maintenance of a Dense Plasma by Electromagnetic Fields "
Usp. Fiz. Nauk 108, 429 (1972)
Sov. Phys. Usp. 15, 688 (1973)

/21/ G.I. Kozlov, V.A. Kuznetsov and V.A. Masyukov
" Radiative Losses by Argon Plasma and the Emissive Model of a Continuous Optical Discharge "
Zh. Eksp. Teor. Fiz. 66, 954 (1974)
Sov. Phys. JETP 39, 463 (1974)

/22/ C.D. Moody
" Maintenance of a Gas Breakdown in Argon using 10.6-μ cw Radiation "
J. Appl. Phys. 46, 2475 (1975)

/23/ Z. Mucha, Z. Peradzynski and A. Baranowski
" Instability of Continuous Optical Discharge "
Bull. Acad. Pol. Scien. 25, 361 (1977)

/24/ G.I. Kozlov
" Flowing-Gas Laser Plasmotron "
Pis'ma Zh. Tekh. Fiz. 4, 586 (1978)
Sov. Tech. Phys. Lett. 4, 234 (1978)

/25/ Yu.P. Raizer
" Optical Discharges "
XIV ICPIG, Grenoble (1979); J. de Phys. 40, C7-141

/26/ C. Carlhoff, J.H. Schäfer, K. Schildbach and J. Uhlenbusch
" High Pressure Optical Discharges "
XIV ICPIG, Grenoble (1979); J. de Phys. 40, C7-757

/27/ M.V. Gerasimenko, G.I. Kozlov, V.A. Kuznetsov and V.A. Masyukov
" cw Optical Discharge in the Laser-Plasmatron Mode "
Pis'ma Zh. Tekh. Fiz. 5, 954 (1979)
Sov. Tech. Phys. Lett. 5, 397 (1979)

/28/ G.I. Kozlov, V.A. Kuznetsov and V.A. Masyukov
" Sustained Optical Discharges in Molecular Gases "
Zh. Tekh. Fiz. 49, 2304 (1979)
Sov. Phys. Tech. Phys. 49, 1283 (1979)

/29/ Yu.P. Raizer
" Optical Discharges "
Usp. Fiz. Nauk 132, 549 (1980)
Sov. Phys. Usp. 23, 789 (1980)

/30/ C. Carlhoff
" Spektroskopische und interferometrische Untersuchungen an einer kontinuierlichen optischen Entladung bei hohen Drücken "
Dissertation Universität Düsseldorf (1983)

/31/ M. Dembinski, J. Kurzyna and Z. Szymanski
" Decay of Optical Discharge Plasma "
Physica 121C, 441 (1983)

/32/ M.V. Gerasimenko, G.I. Kozlov and V.A. Kuznetsov
" Laser Plasmotron "
Kvant. Elektron. 10, 709 (1983)
Sov. J. Quantum Electron. 13, 438 (1983)

/33/ J. Uhlenbusch
" High Pressure Continuous Optical Discharges "
XVI ICPIG, Düsseldorf, Invited Paper 119 (1983)

/34/ Yu.P. Raizer
" The Feasibility of an Optical Plasmotron and its Power Requirements "
Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 11, 195 (1970)
JETP Lett. 11, 120 (1970)

/35/ Yu.P. Raizer
" Subsonic Propagation of a Light Spark and Threshold Conditions for the Maintenance of Plasma by Radiation "
Zh. Eksp. Teor. Fiz. 58, 2127 (1970)
Sov. Phys. JETP 31, 1148 (1970)

/36/ J. and L. Uhlenbusch
" Steady Plasma Heating by Absorption of Laser Light "
Bericht Universität Düsseldorf LuPP (1973)

/37/ J.H. Batteh and D.R. Keefer
" Two-Dimensional Generalization of Raizer's Analysis for the Subsonic Propagation of Laser Sparks "
IEEE Trans. Plasma Science 2, 122 (1974)

/38/ A.A. Kurbatov, T.Ya. Popova and N.G. Preobrazhenski
" Magnetic Field Effect upon Maintenance of Continuous Optical Discharge in Gases "
Proceedings of the XIII ICPIG, Berlin, 899 (1977)

/39/ G.I. Kozlov and I.K. Selezneva
" Numerical Study of a Laser Spark and a Continuous Optical Discharge in a Focused Laser Beam "
Zh. Tekh. Fiz. 48, 386 (1978)
Sov. Phys. Tech. Phys. 23, 227 (1978)

/40/ W. Eckhaus, A. van Harten and Z. Peradzynski
" On Stability of a Laser Beam Maintained Plasma "
Bull. Acad. Pol. Scien. 28, 483 (1980)

/41/ M.V. Gerasimenko, G.I. Kozlov and V.A. Kuznetsov
" Mechanisms for Stabilization and Oszillations of the Plasma of a Steady Laser Discharge "
Pis'ma Zh. Tekh. Fiz. 6, 485 (1980)
Sov. Tech. Phys. Lett. 6, 208 (1980)

/42/ G.M. Makhviladze and I.K. Selezneva
" The Thermal Stability of a Stationary Wave of an Optical Discharge "
Zh. Prikl. Mekh. Tekh. Fiz. 22, 61 (1981)
J. Appl. Mech. Tech. Phys. 22, 646 (1981)

/43/ G.A. Desyatkov, V.Ts. Gurovich and V.L. Spektorov
" On the Theory of Continuous Optical Discharge Formation "
Proceedings of the XV ICPIG, Minsk, P-1307 (1981)

/44/ S. Müller and J. Uhlenbusch
" Theoretical Model for a Continuous Optical Discharge "
Physica 112C, 259 (1982)

/45/ Yu.P. Raizer
" Linearized one-dimensional Model of Optical Plasmatron Operation "
Kvant. Elektron. 11, 64 (1984)
Sov. J. Quant. El. 14, 40 (1984)

/46/ C. Hartwich
" Zur Untersuchung des Aufheizvorgangs von Metallen mit Hilfe eines kontinuierlichen CO_2 Lasers hoher Leistung "
Diplomarbeit Universität Düsseldorf (1983)

/47/ C. Goldbach, G. Nollez and P. Plomdeur
" Measurements of the Argon Plasma Continuum: High Pressure Peculiarities "
J. Phys. B 10, 1181 (1977)

/48/ D. Schlüter
" Die Emissionskontinua thermischer Edelgasplasmen "
Z. Physik 217, 80 (1968)

/49/ A.M. Hunter II and P.W. Schreiber
" Mach-Zehnder Interferometer Data Reduction Method for Refractively Inhomogeneous Objects "
Appl. Opt. 14, 634 (1975)

/50/ R.A. Alpher and D.R. White
" Plasma Diagnostic Techniques "
Academic Press

/51/ R.H. Huddlestone and S.I. Leonard
" Plasma Diagnostic Techniques "
Academic Press New York (1965)

/52/ N.B. Vargaftik and Yu.D. Vasilevskaya
" Transfer Coefficients of Dissociating Hydrogen "
Teplofiz. Vys. Temp. 7, 915 (1969)
High Temp. 7, 848 (1969)

/53/ N.B. Vargaftik and Yu.D. Vasilevskaya
" Transfer Coefficients of Dissociating Hydrogen at Pressures up to 1000 bars and Temperatures up to 10,000 K "
Inz-fiz. Zh. 28, 1003 (1975)
J. Eng. Phys. 28, 719 (1975)

/54/ R.S. Devoto
" Transport Coefficients of High Pressure Argon in a Magnetic Field "
ARL Report 71-0075

/55/ H. Griem
" Starkeffekt-Verbreiterung der Balmer-Linien bei großen Elektronendichten "
Z. Physik 137, 280 (1954)

/56/ V. Helbig and K.P. Nick
" Investigation of the Stark broadening of Balmer beta "
J. Phys. B 14, 3573 (1981)

/57/ L.P. Kudrin and G.V. Sholin
" Asymmetry of Spectral Lines of Hydrogen in Plasma "
Dokl. Akad. Nauk 147, 342 (1962)
Sov. Phys. Dokl. 7, 1015 (1963)

/58/ W.L. Wiese, D.E. Kelleher and V. Helbig
" Variations in Balmer-line Stark profiles with atom-ion reduced mass "
Phys. Rev. A11, 1854 (1975)

/59/ F. Torres, M.A. Gigosos and S. Mar
" Study of the Balmer beta Core in a Pulsed Plasma "
J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 31, 265 (1984)

/60/ P. Kepple and H.R. Griem
" Improved Stark Profile Calculations for the Hydrogen Lines Hα,Hβ,Hγ,and Hδ "
Phys. Rev. 173, 317 (1968)

/61/ J. Seidel
" Effects of Ion Motion on Hydrogen Stark Profiles "
Z. Naturforsch. 32a, 1207 (1977)

/62/ Y. Yeh and H.Z. Cummins
" Localized Fluid Flow Measurements with an He-Ne Laser Spectrometer "
Appl. Phys. Lett. 4, 176 (1964)

/63/ M. Kerker
" The Scattering of Light and other Electromagnetic Radiation "
Academic Press New York (1969)

/64/ M.J. Rudd
" A New Theoretical Model for the Laser Doppler Meter "
J. Phys. E, Ser.2, 2, 55 (1969)

/65/ L.E. Drain
" The Laser Doppler Technique "
John Wiley & Sons ltd. New York (1980)

/66/ H. Altgeld
" Laser-Doppler-Messungen in einer turbulenten Wasserstoff-Luft-Diffusionsflamme "
Dissertation TH Aachen (1979)

/67/ U. Schwenn
" Implizite Lösungsverfahren für Systeme von nicht-linearen, zeitabhängigen, mehrdimensionalen partiellen Differentialgleichungen "
MPI Garching, IPP 6/176 (1978)

/68/ R.B. Bird, W.E. Stewart, E.N. Lightfoot
" Transport Phenomena "
John Wiley & Sons, Inc. New York (1960)

/69/ W. Weizel
" Lehrbuch der Theoretischen Physik "
Erster Band, Springer Verlag, Berlin (1963)

/70/ S.V. Patankar
" Numerical Heat Transfer and Fluid Flow "
Hemisphere Publishing Company

/71/ A.D. Gosman, W.M. Pun, A.K. Runchal, D.B. Spalding and M. Wolfshtein
" Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows "
Academic Press, New York (1969)

Mein herzlicher Dank gilt Herrn Prof. Dr. J. Uhlenbusch für die Anregung zu dieser Arbeit, die fördernde Unterstützung durch zahlreiche Diskussionen und Hinweise und für die kritische Durchsicht des Manuskripts.

Weiterhin danke ich Herrn Dr. C. Carlhoff für die gute Zusammenarbeit bei der Durchführung der Experimente, sowie Herrn Dipl.-Phys. D. Schüller für seine Mithilfe, und Frau Dr. C. Gillet für die Unterstützung bei den numerischen Arbeiten.

Schließlich gilt mein Dank allen übrigen Institutsmitgliedern, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Ich danke der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die finanzielle Unterstützung dieses Projekts.

L e b e n s l a u f

15. 7.1955	geboren in Düsseldorf als Tochter von Erwin Krametz und seiner Ehefrau Maria geb. Pelzl
1962 - 1966	Besuch der Käthe-Kollwitz-Schule in Düsseldorf
1966 - 1974	Besuch des Städt. Luisengymnasiums in Düsseldorf
7. 6.1974	Abitur
1.10.1974	Beginn des Physikstudiums an der Universität Düsseldorf
19.10.1976	Diplom-Vorprüfung in Physik
30. 6.1980	Diplomprüfung in Physik
1. 7.1980	Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Physikalischen Institut II der Universität Düsseldorf bei Prof. Dr. J. Uhlenbusch

FOTODRUCK J. MAINZ GmbH
Neupforte 13, Nähe Markt, D-5100 Aachen
Telefon: (0241) 27305 und (0241) 38606